



TRAYECTORIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAJE EN LA CONSTRUCCIÓN DE  
CONCEPTOS ELEMENTALES DE POLIEDROS REGULARES E IRREGULARES PARA  
ESTUDIANTES SORDOS DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

Juan Carlos Cardona Guerrero

Universidad del Quindío  
Facultad de Ciencias de la Educación  
Licenciatura en Matemáticas  
Armenia, Quindío, Colombia

2023

TRAYECTORIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAJE EN LA CONSTRUCCIÓN DE  
CONCEPTOS ELEMENTALES DE POLIEDROS REGULARES E IRREGULARES PARA  
ESTUDIANTES SORDOS DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

+

Juan Carlos Cardona Guerrero

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar el título de:

Licenciado en Matemáticas

Director(a):

Mg. Jackeline Cupitra Gómez

Universidad del Quindío

Facultad de Ciencias de la Educación

Programa de Licenciatura en Matemáticas

Armenia, Quindío, Colombia

2023

## **Agradecimiento**

En primer lugar, darle las gracias a Dios y a mi familia porque son el motor de mi vida, agradecimientos a la directora de tesis Jackeline Cuprita Gómez por sus asesorías y sus acompañamientos en sus clases y su liderazgo. Gracias al profesor Hernando Franco Álzate, que lastimosamente ya no, nos acompaña, a los profesores que me acompañaron en estos procesos en la investigación, a los estudiantes sordos que gracias a ellas se puede y se logra hacer conciencia de una realidad que se ve en las aulas. Así mismo poder dar a conocer esta investigación en su pequeño aporte a la sociedad y está a la vez le pueda ser de ayuda aquellos que desean desarrollar un método o análisis de una investigación.

## Tabla de Contenido

	<b>Pág.</b>
Introducción.....	12
1. Planteamiento del problema .....	14
2. Objetivos.....	19
2.1 Objetivo General .....	19
2.2 Objetivos específicos .....	19
3. Justificación .....	20
4. Estado del arte .....	23
5. Marco Teórico .....	26
5.1 Trayectorias hipotéticas de aprendizaje – THA .....	27
5.2 Necesidades Educativas Espaciales .....	33
5.3 La inclusión.....	33
5.4 La enseñanza a personas con limitaciones auditivas.....	34
5.5 Lenguaje de señas colombianas .....	35
La lengua de señas y la educación .....	36
5.6 Población sorda en Colombia .....	36
Marco legal de la población sorda en el mundo.....	39
Marco legal en Colombia.....	41
6. Metodología.....	47
6.1 Trayectorias reales de aprendizaje .....	50
6.2 Estudio de caso .....	51
6.3 Los poliedros.....	53
Origen de los Sólidos platónicos.....	54
Polígono Regular .....	56
Poliedros regulares.....	58
Fórmula de los poliedros Regulares.....	58
Poliedro Irregular .....	59
Prismas.....	59
Pirámides.....	60

6.4 Fases de la investigación.....	61
6.5 Diseño de trayectoria hipotética de aprendizaje a estudiantes sordos.....	62
6.6 Población.....	62
6.7 Análisis de la trayectoria.....	66
6.8 Resultados.....	72
6.9 Verificación de la hipótesis.....	72
6.10 Actividades de las trayectorias.....	74
6.11 Trayectoria real de los estudiantes sordos en la construcción de los poliedros.....	82
7. Resultados esperados.....	85
8. Observación de la clase.....	86
9. Conclusiones.....	88
Referencias.....	91

**Lista de tablas**

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 1</b> Localización y caracterización de personas con discapacidad .....	37
<b>Tabla 2</b> Poliedros regulares.....	58
<b>Tabla 3</b> Fórmula para los poliedros regulares.....	59
<b>Tabla 4</b> Diseño de Actividades .....	67
<b>Tabla 5</b> Niveles de trayectorias.....	72
<b>Tabla 6</b> Proceso de la estudiante 1 .....	73
<b>Tabla 7</b> Proceso de la estudiante 2.....	77
<b>Tabla 8</b> Construcción del poliedro mediante los polígonos regulares y los irregulares .....	82
<b>Tabla 9</b> Representación de los procesos mediante los colores .....	83
<b>Tabla 10</b> Procesos del aprendizaje estudiante 1 y 2.....	83

## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
<b>Figura 1</b> Cifras personas con discapacidad.....	15
<b>Figura 2</b> THA.....	26
<b>Figura 3</b> Ciclo de la enseñanza de las matemáticas abreviado .....	32
<b>Figura 4</b> Personas sordas en Colombia .....	38
<b>Figura 5</b> Distribución de personas sordas por edad .....	38
<b>Figura 6</b> Poli troquelados.....	47
<b>Figura 7</b> Investigación de diseño .....	48
<b>Figura 8</b> Parámetros de estudio de caso.....	52
<b>Figura 9</b> Icosaedro y octaedro.....	54
<b>Figura 10</b> Poliedros .....	56
<b>Figura 11</b> Polígono.....	57
<b>Figura 12</b> Prismas .....	60
<b>Figura 13</b> Pirámide.....	60
<b>Figura 14</b> La observación .....	63
<b>Figura 15</b> La construcción .....	64
<b>Figura 16</b> Concepto.....	65
<b>Figura 17</b> Concepto de polígono.....	67
<b>Figura 18</b> Combinación de polígonos regulares .....	67
<b>Figura 19</b> Ubicación figura bidimensional .....	68
<b>Figura 20</b> Concepto de figuras planas.....	68
<b>Figura 21</b> Construcción cuerpos en 3D.....	69

<b>Figura 22</b> Verificación, representaciones y ubicación espacial.....	69
<b>Figura 23</b> Transformación de figuras de polígonos a cuerpos geométricos .....	70
<b>Figura 24</b> Concepto de poliedros regulares e irregulares .....	70
<b>Figura 25</b> Pasos en la construcción y ritmo de los polis troquelados .....	71
<b>Figura 26</b> Estudiante 1 observa, clasifica y dibuja polígonos.....	75
<b>Figura 27</b> Estudiante 1 construyendo poliedro .....	76
<b>Figura 28</b> Estudiante 1 dibujando poliedro y clasificando según sus formas.....	76
<b>Figura 29</b> Estudiante 1 dibujando, clasificando y caracterizando poliedros.....	77
<b>Figura 30</b> Estudiante 2 observa, clasifica y dibuja polígonos.....	79
<b>Figura 31</b> Estudiante 2 construyendo poliedro .....	80
<b>Figura 32</b> Estudiante 2 completa cuadro de poliedros .....	80
<b>Figura 33</b> Poliedros .....	90



**Lista de Anexos****Pág.**

Anexo 1. Video

Anexo 2. Carta de permiso del colegio

Anexo 3. Carta de permiso de estudiantes

Anexo 4. Cartilla de lenguaje de matemáticas para sordos.

## Resumen

El objetivo de este trabajo es promover el desarrollo de una metodología que contribuya a la enseñanza y aprendizaje del objeto matemático centrado en los poliedros regulares e irregulares, mediante la implementación de trayectorias de aprendizaje a estudiantes de secundaria que presentan limitación auditiva; de igual forma por medio de esta investigación se pretende generar un apoyo para otros escenarios enmarcados en contextos de población sorda. Para lograr lo anterior, el proyecto se sustenta sobre la teoría de trayectorias de aprendizaje (Clements y Sarama, 2015) y trayectoria hipotética (Simón, 1995), sustentos evidenciados en el marco teórico, el diseño metodológico, y los resultados concatenados con cada objetivo propuesto. También, en el estado del arte se referencian autores que han aportado a la enseñanza y aprendizaje de estudiantes sordos desde diferentes escenarios de aprendizaje.

**Palabras claves:** Trayectorias de aprendizaje, estudiantes sordos, lenguaje de señas, poliedros.

## Abstract

The objective of this work is to promote the development of a methodology in teaching and learning in the construction of regular and irregular polyhedra through hypothetical learning trajectories for students with hearing limitations in basic secondary school, in the same way, it is intended that by means of from this research it is possible to achieve learning in any scenario that is required. However, to achieve this objective, the theories of learning trajectories (Clements and Sarama, 2015) and the hypothetical trajectory (Simón, 1995) are taken into account, as well as the methodological design and its theoretical framework. On the other hand, other authors who have contributed to the teaching and learning of deaf students are taken into account. The didactic processes in guidance are evidenced through hypothetical learning trajectories, as a possible didactic module for the training of deaf and hearing students. However, other references are taken into account in the case study oriented to two deaf high school students, which can be achieved in any setting and is at the same time carried out in a learning curriculum in regular classrooms.

Keywords: Learning trajectories, deaf students, sign language, polyhedrons

## Introducción

Se pretende en este proyecto, brindar estrategias para el reconocimiento y aprendizaje de las características básicas en la construcción de poliedros regulares e irregulares, con estudiantes sordos de educación básica secundaria de la Institución Educativa Hermógenes Maza (CASD), mediante la implementación de Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (Clements y Sarama, 2005).

La investigación está basada mediante las teorías que han diseñado trayectorias de aprendizaje, lo cual se pretende brindar unas herramientas didácticas para la construcción de los poliedros, y poder lograr unas metas, una ruta de aprendizaje y unas secuencias de tareas por medio de unos niveles de pensamiento que se evidencian el camino del aprendizaje para llegar a la meta, de esto modo los estudiantes sordos, involucren el lenguaje lexicográfico de la lengua Señas de Colombia y elementos físicos manipulables, que permitan identificar características importantes de estos objetos geométricos espaciales (Poliedros regulares e irregulares), por medio de estas figuras geométricas de polígonos se requiere que los estudiantes logren la construcción del objeto matemático sobre poliedros. Por otra parte, es un reto, para maestros y estudiantes oyentes interactuar con estudiantes sordos, cuando carecen del conocimiento de la lengua de señas y de elementos didácticos, que permitan explicar, en qué consisten los poliedros. Por esta razón, se deben diseñar unas guías de clase, con tareas que contengan imágenes, y representaciones físicas de estos objetos, para que sean visualizadas por los estudiantes sordos. De igual forma, la construcción de estos objetos con diversos materiales facilitará el reconocimiento de los elementos que conforman un poliedro regular e irregular. Es de anotar, que se debe realizar un trabajo de observación de diferentes figuras y cuerpos geométricos con los estudiantes

no oyentes, para determinar los conocimientos previos que poseen y, de esta forma, elaborar las guías de clase con los ajustes y elementos necesarios para diseñar las Trayectoria Hipotéticas de Aprendizaje. No obstante, se pretende que el estudiante identifique las similitudes de cada figura en la construcción de los poliedros y mediante de esta se logre la conceptualización en su camino de aprendizaje y pueda llegar a la meta y así obtener un aprendizaje real mediante sus niveles de pensamiento de cada estudiante sordo. Se tiene en cuenta que esta investigación se realizó por medio de estudio de caso con estudiantes sordas del grado décimo, acompañadas de docente practicante e intérprete de lenguaje de señas.

En el desarrollo metodológico, se elaboran las trayectorias de aprendizaje distribuidas en tres niveles, las cuales se encuentran configuradas en secuencias de aprendizaje de acuerdo con cada nivel de complejidad, así: nivel I (sexto y séptimo), nivel II (octavo y noveno) y nivel III (décimo) De igual manera se muestran el manejo del material didáctico manipulable y la elaboración de figuras en material plástico.

## 1. Planteamiento del problema

La Educación para población sorda a nivel mundial es uno de los grandes retos para las instituciones, docentes y el mismo estado nacional e internacional OMS (2005), poder asistir a estas personas de una forma clara y eficaz generando oportunidades al sistema educativo, social, familiar y profesional, especialmente a las personas con discapacidad auditiva, UNESCO (2008).

Por otro lado, uno de los problemas que se nota en los estudiantes sordos es la falta de intérpretes en el conocimiento de la ciencia de las matemáticas. Para Lupiáñez (2009) uno de los problemas que se presenta en las aulas de clase es la falta de la orientación del maestro, cuando el estudiante, le plantea una duda o pregunta y, el profesor, le contesta de una forma errónea. Mientras que los conflictos asociados con la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos, argumentos lógicos, el aspecto deductivo, que la baja comprensión de las matemáticas, el sistema de currículos que se generan en las escuelas referente a las matemáticas de los estudiantes sordos, se debe a la escasez de vocabulario para enseñar conceptos, generando una brecha en la educación (Bellano, 2006, p.31).

Por otra parte, Easterbrooks y Stephenson (2006), argumentan que, la población sorda es vulnerable en la sociedad, en sus propias familias y escuelas, ya que, ésta no posee personas idóneas que manejen este lenguaje. De igual forma, el sistema educativo es tradicional, los lineamientos y estándares curriculares no son los adecuados y eficientes, para un aprendizaje y una enseñanza ejemplar.

Entre tanto, organismos internacionales como la OMS (2019), afirman que hay alrededor de 466 millones de personas en todo el mundo que padecen pérdida de audición, de los cuales, 34 millones son niños. Se calcula que, en el 2050, más de 900 millones de personas, es decir, una de cada 10 personas sufrirá una pérdida de audición (como se cita en Ibarra, 2020, p.1). Así

mismo, “más de 262 millones de niños y jóvenes no están escolarizados, seis de cada diez niños no han adquirido todavía, tras varios años de estudios, las competencias básicas en lectoescritura y aritmética; 750 millones de adultos son analfabetos” (Unesco, 2015, p.6), generando así pobreza, y pocas oportunidades en lo social y laboralmente.

De igual forma, en el informe de UNICEF, Relator Especial de Derechos Humanos de las Naciones Unidas, expone que la discapacidad es un gran desafío para los Gobiernos, ya que éste, es un problema dominante por la falta de acceso a la educación de calidad, la pobreza y la discapacidad están estrechamente relacionadas en este caso los más vulnerables son los niños y niñas que se llevan la peor parte .No obstante en muchos países la falta de unas políticas públicas no permite que hayan reclusiones en las instituciones para que puedan obtener calidad de vida.

## Figura 1

*Cifras personas con discapacidad*



Fuente: Unicef (2019)

Sin embargo, Bravo y Núñez (1996), en la psicología evidencian que el menor desempeño en la educación es el aprendizaje de las matemáticas de los niños sordos, no es la

condición de la sordera en sí misma, sino de una menor posibilidad para realizar aprendizajes matemáticos, la falta de experiencias por dificultades de acceso a la información que se negocia a través de las lenguas orales. No obstante, de la población sorda radica en que los maestros privilegian el lenguaje escrito para comunicarles ideas o tareas

; el caso de las matemáticas es el uso de un lenguaje escrito. También, se presentan dificultades en el aprendizaje, por el ingreso tardío de los estudiantes sordos a las escuelas en edad muy avanzada. Así mismo, otro de los problemas en las escuelas y colegios de la educación tradicional es la falta de formación de los docentes en el dominio de la lengua de señas.

Así mismo, Lupiáñez (2009), cita en su tesis a (Socas 1997), afirmando que las dificultades de un aprendizaje de las matemáticas son distintas y que ésta es abordada por diferentes caminos, los cuales tienen objetos matemáticos, actividad matemáticas, procesos de la enseñanza matemáticas, el desarrollo cognitivo de los estudiantes, actitudes efectivas y emocionales, por lo tanto las dificultades del aprendizaje de las matemáticas son naturalmente propias y que ésta es mirada por diferentes perspectivas. Además, Mora y Parraguez (2012), (como se citó en Peña y Aldana, 2014) exponen que, “los estudiantes sordos esperan aprendizajes iguales a sus compañeros oyentes, y esto en gran medida depende de la atención y esfuerzo del docente, que, en casi todos los casos, no está preparado para la atención a esta población” (p. 30).

Entre tanto, para Calderón y León (2007) las problemáticas en la enseñanza de las matemáticas en Colombia, se presentan dos casos: profesores que saben el lenguaje de señas, pero, no tienen formación matemática; y el segundo caso, profesores de matemáticas que no dominan el lenguaje de los sordos, en este caso el lenguaje de señas. De igual forma, la parte didáctica de la enseñanza en aulas es limitada.



Según Piaget, los niños nacen sin conocimiento del espacio, o incluso objetos permanentes. Sin embargo, en unas de sus teorías, los niños hasta los cuatro años no pueden construir una imagen completa en su forma bidimensional, después una experiencia táctil o cenestésica (Piaget y Inhelder, 1971), (como se citó en Clements y Battista, 1992). Los atributos de los niños tienen dificultades para establecer una unidad de medida adecuada, como el área; algunos cuentan longitudes erróneamente; y en el volumen, reconocen algunas caras (Clements y Sarama, 2009, p 287).

Por otra parte, los niños de siete años regresan sistemáticamente al punto de partida de cada movimiento, lo que permite las partes de la figura a sintetizar en un todo completo, unas acciones mentales reversibles y distintos pero coordinados con otras acciones, lo que permite construcción de imágenes completas y precisas. En este punto incluyen posibles características como líneas rectas o curvas, ángulos, paralelos, orden y longitudes iguales o desiguales (Clements y Sarama, 2014, p.199).

Teniendo en cuenta lo anterior, este trabajo de investigación pretende orientar a maestros, que tienen en sus aulas estudiantes sordos, mediante el diseño de unas tareas, que permitan lograr el aprendizaje básico de las características elementales de poliedros regulares e irregulares. Cabe destacar que, las trayectorias hipotéticas de aprendizaje, según Simón (1995), tiene como objetivo que el profesor interactúe con el estudiante, en relación con las tareas asignadas y como éstas los ayudan a desarrollar currículos, evaluar y enseñar matemáticas. De este modo, lo que se pretende lograr, es darle solución a las hipótesis diseñadas bajo las trayectorias hipotéticas de aprendizaje, en las cuales, se van a desarrollar las tareas geométricas que permitan la observación y la construcción de poliedros regulares e irregulares con diferentes materiales. Por consiguiente, surge la siguiente pregunta de investigación:

*¿Cuáles son las trayectorias hipotéticas de aprendizaje que se deben desarrollar en la construcción de conceptos elementales de poliedros regulares e irregulares para estudiantes sordos de educación básica secundaria?*

## **2. Objetivos**

### **2.1 Objetivo General**

Identificar las trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la construcción de conceptos elementales de poliedros regulares e irregulares para estudiantes sordos de educación básica secundaria.

### **2.2 Objetivos específicos**

Determinar las tareas que permitan construir en los estudiantes sordos las características de los poliedros regulares e irregulares, involucrando la lengua de señas colombiana.

Desarrollar las tareas con materiales visuales y didácticos que proporcionen la interacción entre el maestro y los estudiantes sordos, en la construcción de poliedros regulares e irregulares.

Evaluar el desarrollo de las tareas planeadas en la construcción de poliedros regulares e irregulares con los estudiantes sordos.

### 3. Justificación

Para que haya una buena comunicación entre dos o más interlocutores, debe existir un lenguaje común o unos códigos, que sean aceptados por los que entablan una conversación y ésta sea incluyente y participativa, ya que, esto proporciona una mejor relación con la sociedad, (Davis, 2010). Al mismo tiempo, Franco 2018, afirma que, el lenguaje es un sistema de signos, que se ha generado desde el nacimiento del hombre y ha pasado de generación en generación, a través de sonidos, señas, oral, visual, escritas y, gracias a esto, el hombre ha transformado, y ha sido participe en un sistema social y familiar. Debido a una necesidad de comunicación del ser humano, se han utilizado varios lenguajes que han cambiado al mundo, países, ciudades y regiones, lo que ha permitido una transformación en su historia. El lenguaje es importante ya que por él nos comunicamos, sea por algunas señas y escritos. La importancia del lenguaje oral es indispensable para una sociedad y, en el caso de las personas sordas, se enfrentan a una variedad situaciones, en las que se presenta discriminación y marginación, al ser excluidos por décadas, generando una gran brecha entre sordos y oyentes.

Seguidamente, Instituto Nacional para Sordos - Insor (2006) argumenta que, ser una persona sorda no es una limitante, ya que ésta puede ser participe en una sociedad. De igual manera, la sociedad debe adquirir y comunicarse con esta población sorda, ya que estas poblaciones en su silencio manejan sus propias reglas y leyes. En cuanto al ámbito escolar, los estudiantes sordos necesitan docentes idóneos en todas las áreas de la ciencia y, en este caso, las matemáticas.

En la actualidad, la educación para sordos es mirada desde la educación inclusiva, dando

así un derecho. Según OMS (2015), existen en el mundo más de 200 millones de personas que presentan algunas dificultades auditivas, lo cual preocupa. Por lo tanto, los gobiernos deben tener un mayor compromiso, que genere igualdad de oportunidades, mayor participación en su buen desarrollo cognitivo, social, y familiar. Para la UNESCO (2015) la educación inclusiva es un derecho, no un privilegio, que permite lograr un mejor aprendizaje exitoso para niños y jóvenes, propiciando una igualdad de oportunidades y de condiciones con una formación de calidad.

Entre tanto, en la declaración de Salamanca, la UNESCO (2009), plantea sobre educación especial, unos requerimientos, a unas necesidades educativas especiales. Según la ONU (1993), reconocen que debe dar un apoyo a los gobiernos e instituciones, generando oportunidades a los sordos y reconoce la importancia de la lengua de señas, la diversidad cultural y la importancia de esta lengua, ya que es parte esencial de la comunicación. Igualmente, los países deben brindar oportunidades para la enseñanza de lengua de señas a todos los sordos, mediante escuelas y aulas especiales de inferencia ordinaria. Cabe destacar, el compromiso que toda persona tiene derecho a expresarse, crear y divulgar en su lenguaje materno, una educación y formación de calidad, independientemente de la cultura en que se desarrolla (UNESCO, 2001, Art. 5). De igual manera, el INSOR (2006) reitera que:

La educación de las personas sordas es un derecho constitucional el cual supone que, como cualquier ciudadano colombiano, los sordos puedan participar de un proceso continuo, de formación individual y colectiva que le posibilite el acceso al conocimiento, a la exploración y promoción de su cultura y al ejercicio pleno de la ciudadanía (p.11).

En cuanto, a la normatividad que favorece a las personas sordas en Colombia, se han formado unas políticas para la protección de los niños, trabajando de la mano con las instituciones reguladoras como LSC, FENASCOL, INSOR, UNICEF, garantizando promover

una educación de calidad, por parte del estado, políticas públicas, el derecho y el acceso a un sistema educativo sostenible que asegure la calidad educativa y participativa e incluyente a toda la población que tengan alguna discapacidad, además atención integral de calidad para la primera infancia como en todos los niveles : preescolar, básica, media y superior.

Por otra parte, Salazar (2017) cita Vernon (2005) al manifestar que, un porcentaje de la sociedad ha percibido a la población sorda, como personas carentes de inteligencia, mirados y tratados como personas con retraso mental; para algunas personas los sordos no pueden obtener el mismo desarrollo cognitivo que los oyentes. Sin embargo, “investigaciones neurocientíficas y psicológicas, aplicadas en personas sordas, en comparación con personas oyentes durante los 50 años, muestran que las personas sordas tienen la misma capacidad de desarrollo cognitivo que los oyentes” (Salazar, 2017, p. 197). Se podría decir que, el desarrollo cognitivo es igual en lo académico, pero esto, en la mayoría de los casos no pasa.

En cuanto a, la relación con los profesores y, específicamente, en la enseñanza de las matemáticas y la geometría, para Clements y Sarama (2011) el pensamiento visual, como en los niveles iniciales del pensamiento geométrico, es pensar que se limita a ideas visuales a nivel de la superficie. Donde los niños van más allá de ese tipo de pensamiento visual, en la medida que aprenden a manipular los objetos enriquecen su conocimiento de imágenes, formas y conectan su conocimiento espacial, al analítico y verbal, desarrollando representaciones cada vez más integradas y concretas. Sin embargo, el desarrollo habilidades de razonamiento general, en contextos geométricos, se logra a través de la terminología que los profesores de matemáticas utilizan para objetos como: sólidos, caras, aristas, entre otros conceptos que hacen que la interacción sea favorable (Nieuwoudt y VanNiekerk, 1997) (como se citó en Clements y Sarama, 2015, p. 250).

#### 4. Estado del arte

Cabe destacar que esta investigación en enmarcada en la construcción de los poliedros regulares e irregulares para estudiantes sordos de secundaria, constituida en la educación matemáticas , lo cual se realiza la actividad investigadora bajo los autores que han investigado y sus trabajos han hecho cambios en la sociedad educativa , transformando la educación en proyectos autónomos y nacionales que han indagado sus fundamentos y sus análisis son referenciados en otros autores creadores de las teorías investigativas.

Las trayectorias hipotéticas del aprendizaje (THA), si bien una trayectoria es aquello se toma a través del tiempo que seguimos como agentes en una sociedad mediante unos comportamientos, un conjunto de actividades económicas, morales y otras. Por otra parte, tenemos en la parte matemáticas que las trayectorias es una línea descrita en un plano, o un cuerpo en movimiento de un punto a otro punto. Si bien lo hipotético es algo que suponemos que va a realizar y se espera un resultado. sin embargo, para encontrar la información requerida que se tiene en cuenta los medios que los brinda, como la radio, la televisión, revistas, prensa y por último la internet. Cabe destacar que no todos los datos que desean lleguen de forma precisa a un público general si no a unos pocos. De modo idéntico este trabajo se realizó bajo las teorías de varios autores, por medio de estas razones según Clements y Sarama (2015) en sus trabajos de investigación que mediante las trayectorias Hipotéticas de aprendizaje se pueden formar caminos más claros y precisos para el aprendizaje del estudiante y el desarrollo de los docentes sea más amena y practica de un buen docente, cabe destacar que para estos autores la investigación es diseñada para las matemáticas tempranas referente a la geometría para estudiantes de escolaridad , teniendo en cuenta que esta trayectoria de las autores mencionados es para la formación de niños (as) . Por otra parte, Franco, (2018) como los estudiantes sordos pueden

aprender el concepto de tendencia central mediante el aprendizaje. Según Gómez y Lupiáñez (2018) las trayectorias bajo el enfoque caracterización de la subutilización perceptual. Para Moya en la visualización por medio de imágenes para estudiantes sordos mediante las trayectorias de aprendizaje. (Molina 2016) en su investigación señala trayectoria hipotética de aprendizaje: aprendizaje de las operaciones suma y resta en aulas inclusivas con incorporación tecnológica. Becerra (2018) modelos de necesidades educativas especiales para docentes de matemáticas. León (2014) como los estudiantes sordos aprenden la geometría mediante las trayectorias del aprendizaje en los primeros años de escolaridad.

Para MEN se tiene que desde la educación inclusiva la orientación pedagógica para estudiantes con discapacidades. Por otra parte, Ramírez (2017) en su investigación señala la orientación el desarrollo del aprendizaje de los poliedros regulares para estudiantes de secundaria en aula regular. Neira (2019) Las trayectorias Hipotéticas del aprendizaje para población sorda en los niveles iniciales de la aritmética. De la misma forma Giraldo (2013) el aprendizaje del concepto de la función para estudiantes sordos en entornos informáticos. Para Simón (2014) las trayectorias hipotéticas del aprendizaje en marcada al docente como este transmiten ese saber ser y sus análisis con la forma del docente. Para Godino (2003) fundamentos en la enseñanza en aprendizaje de los docentes, lo cual cabe destacar que unos de sus libros van enfocados en los pasos en la enseñanza de las matemáticas y como esta se puede dar en cual quien enfoque de la misma en diferentes escenarios.

No obstante, Patiño (2020) destaca en su tesis como se le puede dar solución a las operaciones básicas para estudiantes sordo. Así mismo, León, Díaz y Guilombo (2014) en su artículo de como por medio de la didáctica de las matemáticas y como esta se convierte en un privilegio en la problemática que se presenta en aulas para estudiantes oyentes y sordos en los



primeros años de escolaridad mediante las trayectorias del aprendizaje su aprendizaje de la geometría. Además, Madueño (2014) como las políticas educativas se trabaja para el mejoramiento de la enseñanza para estudiantes sordomudos en la Ciudad de Madrid y su transformación de los años (1895 - 2000). Para Godino y Ruiz (2002) la geometría y su didáctica para maestros, donde nos habla de figuras de polinomios y como esta se transforma en cuerpos geométricos de sus funciones y clasificaciones. Por otra parte, tiene en cuenta Pineda (2017) por el aporte a la educación mediante las trayectorias de aprendizaje en la orientación especial para la formación de profesores de básica primaria. caracterización de la subitización perceptual y conceptual en niños de grado primero, a través de una serie de tareas bajo el enfoque de trayectorias hipotéticas de aprendizaje según Gómez (2018).

Sin embargo, en el artículo de León (2014) a firma que, mediante una Trayectorias de Aprendizaje de la forma en estudiantes sordos, como esta es llevado a una población sorda mediante la trayectoria real vinculado al aprendizaje de las formas geométricas. Para Samarans y Clements (2011) hacen un aporte importante referente al aprendizaje de las matemáticas Trayectoria de Aprendizaje de las matemáticas, de la importancia de que los niños a temprana edad pueden asimilar, aprender de forma natural y que el docente es un amigo en su aprendizaje y en su libro publicado en 2014, donde se habla de Aprendizaje y enseñanza de matemáticas tempranas el enfoque de trayectorias de aprendizaje. Por otra parte, se tiene a Douglas (2004) en su artículo las Trayectorias de Aprendizaje en Educación Matemática.

De lo anterior se tiene que, se le realizo un sondeo a los estudiantes sordos mediante un diagnóstico para saber que fase de educación se encuentra por medio de un taller, y mediante de este taller se puede evidenciar como los estudiantes sordos si está a la par con los estudiantes oyentes en su año de escolaridad.

## 5. Marco Teórico

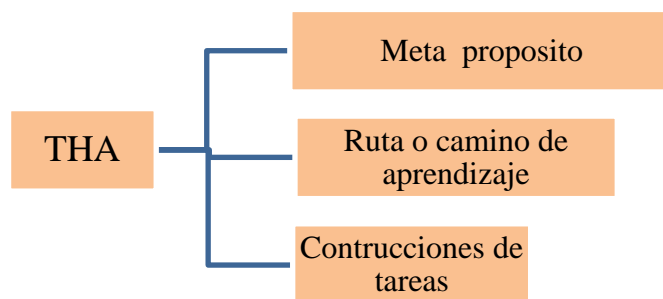
Esta investigación se fundamenta en los estudios realizados por Sarama y Clements (2009) y Simón (1995), en la que se plantea unas alternativas y herramientas pedagógicas para el desarrollo de un pensamiento matemático que son esenciales en la vida de los niños.

Así mismo, Clements y Sarama (2009), afirman que, para tener una educación efectiva en el conocimiento de las matemáticas, ésta se debe dar durante el desarrollo de los primeros 5 años de vida. También, argumentan que las Trayectorias de aprendizaje, son una herramienta pedagógica y teórica, importante para la enseñanza de los maestros y para los estudiantes, ya que, les permite desarrollar una serie de pensamientos, generando facilidad en el aprendizaje (p.16).

A partir de lo anterior, Clements y Sarama (2004) proponen tres partes, para el aprendizaje en su investigación:

**Figura 2**

*THA*



Por consiguiente, las trayectorias Hipotéticas de aprendizaje para Martín Simón (1995) es un modelo para construir la pedagogía de las matemáticas desde el constructivismo.

### **5. 1 Trayectorias hipotéticas de aprendizaje – THA**

Las trayectorias hipotéticas de Aprendizaje son:

La progresión de un desarrollo natural las relaciona con un niño cuando aprende a gatear, luego a correr y por último brincar y saltar con velocidad, donde los niños siguen progresiones del desarrollo natural del aprendizaje en las habilidades en las matemáticas así mismo estas progresiones construyen un aprendizaje efectivo y significativo mediante unas metas, un camino y práctica de enseñanza permitiendo así unos niveles de pensamiento más rigurosos (Clements y Sarama, 2011, p.21).

Ahora bien, Clements y Sarama (2011) cita a Simón en la trayectoria hipotética que están relacionadas al aprendizaje de los estudiantes en las metas en la base de la comprensión matemáticas en las secuencias de una tarea en la medida de que los estudiantes trabajen en los conceptos y las habilidades deseados, cabe destacar que para Simón las THA en sus tres pasos define una dirección, las actividades en el proceso hipotético de aprendizaje y poder diagnosticar la evolución de cada pensamiento en la comprensión de las matemáticas en su contexto de aprendizaje (Simón, 1995, p. 136). Además, para Simón, la trayectoria son las hipótesis sobre unas secuencias de actividades que se desarrollan en las tareas asignadas.

Para Clements y Sarama (2011):

Las trayectorias de aprendizaje del pensamiento de los niños en un dominio matemático específico, y una ruta conjeturada relacionada a través de un conjunto de tareas de instrucción diseñadas para engendrar esos procesos mentales o acciones hipotéticamente para mover a los niños a través de una progresión de desarrollo de niveles de pensamiento, creados con la intención de apoyar el logro de metas específicas de los niños en ese

dominio matemático (p. 20).

Sin embargo, los autores tienen en cuenta los pensamientos de los niños en su aprendizaje matemático específico en su ruta de conjeturada a través de un conjunto de tareas, en la construcción de unos procesos mentales e hipotéticos, que permite revolver unas acciones para que el niño mediante unos niveles de pensamiento logre llegar a las metas.

Para Clements y Sarama (2011) parte las trayectorias en dos;

i) trayectorias de las experiencias que para llegar a la meta deseada se debe a las opciones experiencias de la introducción ordenadas, sin embargo, si los estudiantes aprenden con respecto a lo esperado se debe prestar atención en las trayectorias de las experiencias. ii) trayectoria de pensamiento, son los estudiantes que mediante un orden hipotético de experiencias se debe generar un desarrollo en los niveles de pensamiento de los estudiantes tengan una vivencia real. Al mismo tiempo Clements y Sarama argumentan que las dos trayectorias de pensar y aprender están conectadas y el aprendizaje puede desarrollarse en formas que a veces pueden ser sorprendentes e incluso nuevas (p.28).

Es preciso señalar que, la trayectoria nació en la necesidad de encontrar una ruta o camino didáctico, para que los estudiantes logren adaptarse a unos niveles de aprendizaje significativo, independientemente de los niveles que estén en cada estudiante. De igual forma, las Trayectoria Hipotéticas de aprendizaje, son muy apropiadas para los Maestros, ya que, les permite edificar las matemáticas, para que los estudiantes de forma natural las asimilen. Por lo tanto, las Trayectorias, son esenciales en la construcción de metas y rutas estándares en las escuelas, en el caso de las matemáticas los estudiantes piensan y aprenden.

Seguidamente, Simón (1995) en su escrito, las trayectorias de aprendizaje hipotéticas, expone que, ellas tienen una finalidad en el conocimiento, formulado por una meta de

aprendizaje, y las actividades de ella misma y sus niveles de pensamiento, mediante la experiencia de los estudiantes.

En cuanto a la población con discapacidad auditiva y, especialmente los estudiantes no oyentes, Clements y Sarama (2004), describen que el pensamiento de los niños sordos en las matemáticas es una ruta, y que ésta, les permite la construcción y el diseño de un conjunto de tareas, para lograr un desarrollo progresivo mediante una enseñanza, llevando una serie de preguntas y de objetivos que se generan en el camino del aprendizaje.

Los autores Clements y Sarama (2004), en su investigación formulan que, un aprendizaje de los estudiantes en las matemáticas debe tener en cuenta tres etapas:

- a) Un objeto matemático o meta
- b) Unos caminos de desarrollo que puedan alcanzar esa meta.
- c) Un conjunto de actividades y de introducción, o tareas requeridas en cada uno de sus niveles de pensamiento.

De lo anterior lo dividen en tres pasos:

**Primer paso.** Una trayectoria de aprendizaje es un objetivo matemático, el cual, se desarrolla a través de una secuencia de tareas, mediante unos pasos a realizar, que contienen unas hipótesis en el camino del aprendizaje. En este camino, se presenta un grupo de conceptos y habilidades que, son matemáticamente son coherentes que consiste el pensamiento de los niños y generativo del aprendizaje futuro.

**Segundo paso.** Parte de una trayectoria de aprendizaje consiste en niveles de pensamiento, cada uno más sofisticado que el último, a través del cual los niños se desarrollan en su manera de lograr el objetivo matemático. Es decir, la progresión del desarrollo describe un camino típico que los niños siguen para desarrollar una comprensión y habilidad sobre ese tema

matemático. Por esta razón, los buenos maestros de la primera infancia tienen cuidado de no asumir que los niños "ven" situaciones, problemas o soluciones como lo hacen los adultos. En cambio, los buenos maestros interpretan qué hace y piensa el niño e intenta ver la situación desde el punto de vista del niño. Del mismo modo, cuando interactúan con el niño, estos maestros también consideran las tareas de instrucción y sus propias acciones desde el punto de vista del niño para que puedan ayudarlo a desarrollar el siguiente nivel de Pensamiento.

**Tercer paso.** Consiste en un conjunto de tareas de instrucción adaptadas a cada uno de los niveles de pensamiento, en la progresión del desarrollo. Estas tareas, están diseñadas para ayudar a los niños a aprender matemáticas, particularmente complejas, pasando de un nivel más alto que el anterior. Las trayectorias de aprendizaje permiten a los maestros, desarrollar las matemáticas de niños, que forman en la investigación de pensamiento natural. Se reconoce que, todas las metas y actividades están dentro del desarrollo de las capacidades de los niños.

Por consiguiente, Simón (1995), afirma que, las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje son un modelo para construir la pedagogía de las matemáticas, desde el constructivismo, en el que se requiere una adaptación escolar, mediante unos objetivos predeterminados, en los estudiantes, basados en una hipótesis. Según Gravemeijer y Eerde (2009), en su artículo citan a Simón (1995), trata de imaginar formas en las que sus estudiantes participarán en las actividades, y éste intenta unas líneas de aprendizaje, donde se requiere que los estudiantes, puedan conducir clasificaciones y justificaciones en un aula. Estas formas, de evolución para Simón (1995) se clasifican en 4 pasos:

- 1) La naturaleza socialmente situada de la trayectoria de aprendizaje.
- 2) La perspectiva de la planificación como un ciclo iterativo en lugar de una metodología.

- 3) El enfoque en construcciones de los estudiantes en lugar de contenido matemático
- 4) La posibilidad de ofrecer al maestro una teoría fundamentada que describa cómo un cierto conjunto de las actividades puede desarrollarse en un entorno social determinado.

Según Simón (1995), una trayectoria de aprendizaje consiste en delinear unas conjeturas en el desarrollo colectivo de las matemáticas, diseñando herramientas y un conjunto de actividades, que apoyen otras prácticas más sofisticadas. Sin embargo, describe como una metáfora las THA: son como tomar un viaje en el que se presentan una serie de circunstancias durante su desarrollo.

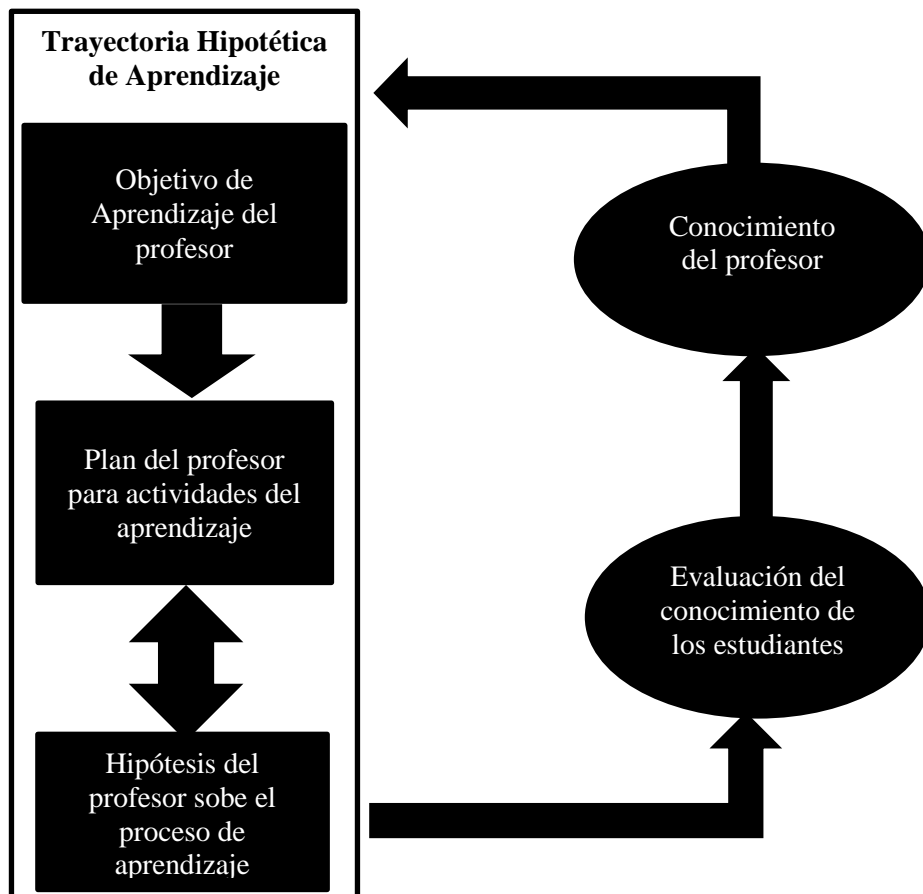
Por lo tanto, para que se facilite la construcción del conocimiento matemático a través de la interacción del maestro con los estudiantes, Simón (1995), expone que:

los maestros deben elegir actividades, cimentadas sobre una base, en la que los estudiantes puedan actuar y razonar, donde el profesor debe investigar para que el estudiante obtenga aprendizaje real, y que éste sea conjeturado, de manera que el profesor debe pensar como el estudiante, para así poder dar una enseñanza (p.162).

Es así, como la construcción de las trayectorias de aprendizaje de los niños, deben incluir relatos de sus propias formas y medios de actuar y, como los docentes incluyen formas convenientes en los conceptos y en el desarrollo de las operaciones matemáticas, para que los estudiantes, participen en un aprendizaje productivo (Steffen, 2004).

**Figura 3**

*Ciclo de la enseñanza de las matemáticas abreviado Simón 1995*



Fuente: Gómez y Lupiáñez (2006)

Clements y Sarama, (2004) Simón, (1995), afirman en su investigación que las trayectorias de aprendizaje tienen tres partes;

- a) una meta: es decir, un aspecto de un dominio matemático que los niños deben aprender.
- b) una progresión del desarrollo, o camino de aprendizaje a través del cual los niños se mueven a través de niveles de pensamiento.



c) una construcción que los ayuda a avanzar por ese camino formalmente, aprendiendo trayectorias para lograr la meta establecida (p.17).

En ese mismo contexto, es una ruta conjeturada, relacionada a través de un conjunto de tareas educativas, diseñadas para generar esos procesos o acciones mentales, de lo cual las Trayectorias Hipotéticas De Aprendizaje (THA), es una teoría que facilita la enseñanza, basada en unos parámetros que se deben direccionar al estudiante para que, por medio de su conocimiento natural, se logre un aprendizaje, mediante las hipótesis en la enseñanza de los docentes (Simón, 1995).

## **5.2 Necesidades Educativas Espaciales**

Desde el MEN se está trabajando en políticas educativas promoviendo una educación de equidad e incluyente, dar soluciones por medio de los currículos educativos, dar ayuda a los que los requiera y tengan alguna discapacidad en el aprendizaje, el cual, puede ser ciegos, trastornos de bipolaridad, autismo, problema cognitivo, sensorial, limitaciones visuales, bipolaridad, enfermedades crónicas, síndromes. Por otra parte, la UNESCO. INEA (1996), se adquirió compromisos en la educación para todas las personas en América Latina. De igual forma, se trabaja con personas que tengan algún desarrollo de altas capacidades intelectuales, que manejen de forma más desarrollada el pensamiento cognitivo, espacial, creatividad, numérico y algunas actuaciones sensoriales.

## **5.3 La inclusión**

¿Qué es la inclusión? Para Clements (2017) la práctica educativa implica la integración de Niños con Necesidades Especiales en aulas regulares, donde los religiosos, sistemas socioeconómicos, habilidades físicas y mentales, igualmente que haya una igualdad de oportunidades en la sociedad. Por otra parte, la educación inclusiva es “para construir una sociedad con igualdad de oportunidades y que ésta sea una educación de calidad y asequible, que

los estudiantes logren cumplir las necesidades, que sea tolerante y respetuoso” (p. 16). Según Godoy (2001), es “promover el desarrollo de una serie de habilidades y capacidades, que los estudiantes puedan participar e integrarse de una forma clara, interactiva en lo social, cultural y política” (p.1). Que los niños, tengan derecho a un desarrollo integral, participativo, que todos formen parte de las escuelas convencionales y que el sistema pedagógico sea exitoso en las aulas de clases para todos, que haya un principio de igualdad y diversidad, Fernández (2003).

En cuanto a la inclusión educativa, Silva (2018) cita a (Porter, 2001) y afirma que, esto hace referencia, a “aquellos estudiantes con discapacidades o alguna otra necesidad especial, los cuales, son escolarizados en aulas ordinarias, con sus compañeros de la misma edad y en escuelas de su comunidad” (p.17). Así pues, en un marco de inclusión escolar, y desde esta perspectiva, todos los niños (as) van a la escuela de su barrio, de su pueblo: “los estudiantes con necesidades especiales van a la escuela y estarán en clase común con sus compañeros” (Porter,2001, p.63). Sin embargo, en la actualidad se presentan fallas en la enseñanza para los estudiantes que tienen problemas cognitivos, ya que las aulas no están adecuadas, los docentes no están preparados y la timidez de los padres, permite que no logren que los estudiantes sean incluidos a una educación de calidad y de igualdad. No obstante, la educación inclusiva del siglo XXI, demanda que las instituciones públicas y privadas, le den repuesta a los interrogantes, a las barreras y la exclusión que se generan dentro y fuera de las aulas (Silva, 2018, p.21).

#### **5.4 La enseñanza a personas con limitaciones auditivas**

Para lograr una educación incluyente, se deben desarrollar políticas públicas que integren los agentes que participan del proceso enseñanza- aprendizaje, se debe lograr la participación de las familias en el hogar y, estudiantes y profesores, desde las aulas de clase. Es indispensable que los educadores y los alumnos, conozcan y manejen el lenguaje de los sordos (Lenguaje de

Señas), para que interactúen y se comuniquen con los estudiantes no oyentes. Según Insor (2012), los niños llegan a las escuelas de formación a una edad tardía, por tal motivo no logran tener el acceso total del manejo de su lenguaje (Lenguaje de Señas). Según MEN (2009), para que los niños (as) tengan manejo de forma clara esta lengua, se requiere que estén expuestos a muy temprana edad, en entornos de quienes sean hablantes nativos de lengua de señas. Cabe destacar de lo anterior, desafortunadamente no hay una atención temprana a los niños sordos, por factores externos, amigos, los mismos familiares, docentes y otros que no manejan esta lengua. Sin embargo, independientemente de cualquier escenario de enseñanza, se pueden generar competencias escolares y situaciones académicas, culturales y sociales, que faciliten una buena comunicación entre el maestro y los estudiantes, para garantizar un aprendizaje equitativo y participativo en todo el escenario donde esté el niño(a) sordo. Según la Constitución Política de 1991, la educación es un derecho de la persona y un servicio público que su función es social.

### **5.5 Lenguaje de señas colombianas**

La lengua de sordos es un idioma natural que se originó a mediados del siglo XVIII, en los países europeos, España, Italia, Francia, el cual, se tuvo en cuenta en las escuelas e instituciones, para educar a estas personas. Es importante mencionar que, en el transcurso de los siglos, las personas con discapacidad auditiva han estado excluidas del mundo de los oyentes y marginadas de los sistemas educativos. Según León (1520-1584), los primeros educadores para estudiantes sordos enseñaban mediante la dactilología, la escritura y lengua oral. Con el paso del tiempo, se ha comprobado que la lengua de señas es la base de la educación y la enseñanza de los estudiantes sordos en el mundo. Cada país diseña su lengua de señas, por ejemplo, en Colombia, la LSC es reconocida mediante la Ley 324 (1996), y es considerada como lengua natural, ya que su expresión, se realiza mediante los ojos, las manos, el rostro y el cuerpo; está creada para

satisfacer las necesidades comunicativas de la persona no oyente. Cabe anotar que, el intérprete oficial de la lengua de señas será aquella persona con amplios conocimientos de la lengua de señas colombiana, que puede realizar traducción de español hablado, a lengua de señas y viceversa. También son intérpretes para sordos, aquellas personas que realicen la interpretación simultánea de castellano hablado a otras formas de comunicación de la población sorda, distintas a la lengua de señas, y viceversa (Ministerio de Educación Nacional, 2018, Art. 2).

### ***La lengua de señas y la educación***

En el mundo del silencio de los estudiantes sordos, surgen preguntas para los padres, y las instituciones educativas: ¿Se maneja el lenguaje de señas en el colegio? ¿los padres oyentes saben de este lenguaje? ¿existen políticas públicas para la población sorda? ¿los maestros rurales están preparados para enseñar mediante este lenguaje? ¿por qué se debe enseñar lengua de señas?

Para Castro y Prishker (2020), un tema clave en la educación de los niños pequeños bilingües, es:

El uso de su primer idioma en la instrucción, enseñar a niños pequeños bilingües, en su primaria, el idioma de las señas, el cual, les ofrecerá oportunidades para tener interacciones lingüísticas, con sus profesores, compañeros, y todo el personal encargado de la enseñanza. (p. 202).

### **5.6 Población sorda en Colombia**

Según el informe presentado por Insor, los tres organismos que están encargados por la información que se requiere brindar de forma clara, no coinciden en los datos. Se afirma que, en censo del 2005, el DANE reporta 455. 718 personas sordas. Por otra parte, (LCPD), Localización y Caracterización de Personas con Discapacidad reporta 152.981 personas sordas en 2017 y, el Sisbén, reporta 239,884 personas sordas presentados en diciembre del 2017. A continuación, se

presenta, la siguiente tabla 1 referente a las personas sordas en Colombia:

**Tabla 1**

*Localización y caracterización de personas con discapacidad 2021*

<b>DATOS DE INSOR</b>		
<b>CENSO</b>	<b>LCPD</b>	<b>SISBEN</b>
<b>Departamentos con mayor población sorda en Colombia</b>		
• Antioquia 55.051	• Antioquia 16.872	• Antioquia 21.522
• Bogotá 54.092	• Bogotá 35.841	• Valle del cauca 16.969
• Valle del cauca 45.383	• Valle del cauca 13.120	• Córdoba 16.189
• Nariño 30.135	• Nariño 7.773	• Atlántico 16.139
• Cundinamarca 28.268	• Santander 7.738	• Santander 15.908
<b>Personas sordas que hay en Colombia en su genero</b>		
• Hombres 237.964	• Hombres 79.050	• Hombres 124.416
• Mujeres 217.754	• Mujeres 72.841	• Mujeres 115.468
<b>Nivel educativo de población sorda en Colombia</b>		
• Básica primaria 58.648		
• Básica secundaria 22.476		
• Universitario 1.878		
• Técnico y tecnólogo 2.738		
• Posgrado 312		

**Figura 4**

Personas sordas en Colombia

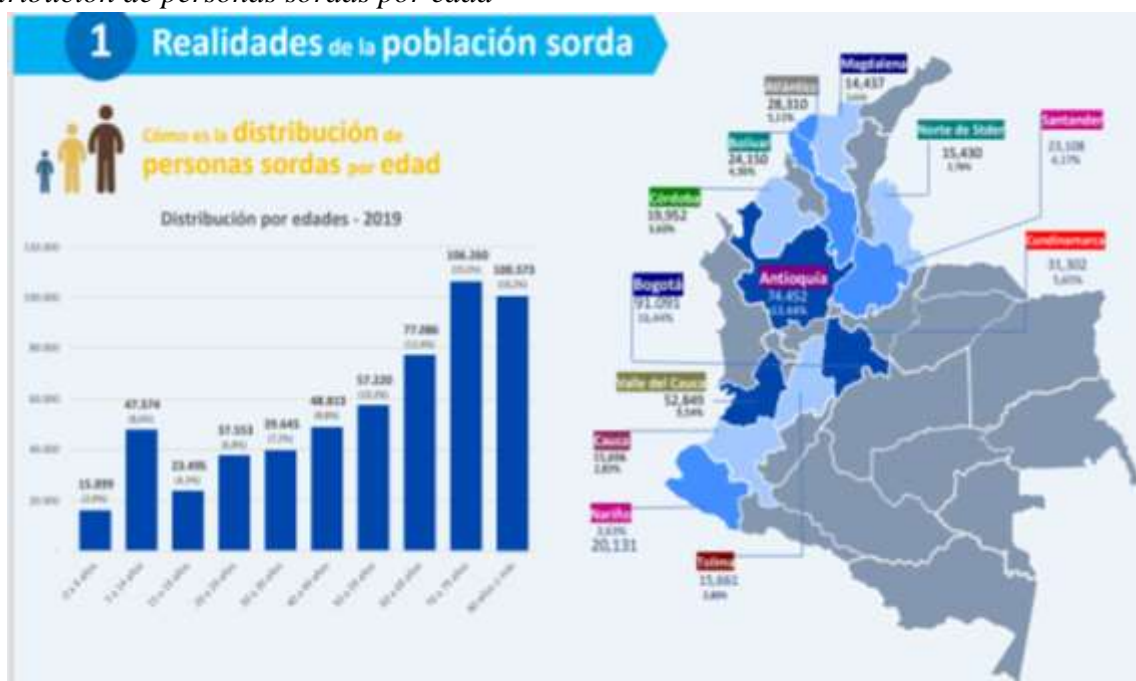
Fuente:

(2018)



**Figura 5**

Distribución de personas sordas por edad



Fuente: INSOR (2018)

### ***Marco legal de la población sorda en el mundo***

La población sorda tiene unos derechos, que son regulados por la ONU, la UNESCO, OMG y la OMS. Además de los organismos anteriores, en Colombia, los derechos los regula la Constitución política (1991). Estos organismos, son los que representa y vigilan los derechos de las personas no oyentes, para que sean cumplidos de la mejor forma, dando así una igualdad de oportunidad, en la educación participativa e incluyente, social y política. Es decir, que estas personas tengan acceso a un sistema de inclusión y de calidad. Según la UNESCO, la legislación debe reconocer el principio de igualdad de oportunidades de los niños, jóvenes y adultos con discapacidades en la enseñanza primaria, secundaria y superior, enseñanza impartida en la medida de lo posible, en centros integrados.

Por lo tanto, la Declaración de Salamanca (2004) plantea que: “Las políticas de educación en todos los niveles, del nacional al local, deben estipular que todo niño o niña con discapacidad, asista a la escuela más cercana: es decir, a la escuela a la que debería asistir si no tuviera esa discapacidad” (p. 65)

El principio rector de este Marco de Acción es que las escuelas deben acoger a todos los niños, independientemente de sus condiciones físicas, intelectuales, sociales, emocionales, lingüísticas u otras. Deben acoger a niños discapacitados y niño bien dotados, a niños que viven en la calle y que trabajan, niños de poblaciones remotas o nómadas, niños de minorías lingüísticas, étnicas o culturales y niños de otros grupos o zonas desfavorecidas o marginadas. Todas estas condiciones plantean una serie de retos para los sistemas escolares. En el contexto de este Marco de Acción, el término de las

necesidades educativas especiales” se refiere a todos los niños y jóvenes cuyas necesidades se derivan de su capacidad o sus dificultades de aprendizaje. Muchos niños experimentan dificultades de aprendizaje en algún momento de su escolarización. Las escuelas tienen que encontrar la manera de educar con éxito a todos los niños, incluidos aquellos con discapacidades graves (UNESCO, 1994, pág. 59).

Del mismo modo, el principio fundamental del que parte este documento es el Artículo 26 de la Declaración Universal de Derechos Humanos – Naciones Unidas (1948), que señala que “toda persona tiene derecho a la educación” (Art. 26), base sobre la cual fueron delineadas las directrices para la construcción del ideario de la “Escuela para Todos”

Sin embargo, los Artículos 1 y 262 (DUDH) (Humanos, 1948); los Artículos 47, 48 y 493 (Carta de la OEA, 1948); los Artículos 2, 3, 6, 13 y 144 (ICESCR) (General, 1966); el Artículo 15 de la Declaración Mundial Educación para Todos (Unesco, 1990); la Declaración y Programa de Acción de Viena (de Viena, 1993); señalan que Inicialmente, la educación debe ser concebida como un derecho fundamental de toda persona humana, garantizando el acceso equitativo de la población al sistema educativo, buscando eliminar la discriminación y la segregación en todos los escenarios académicos, sociales y laborales, promoviendo el desarrollo de las ciencias, la tecnología y la cultura hacia el crecimiento integral de los individuos, según lo expuesto en los Artículos mencionados por otro lado la Declaración de Salamanca, UNESCO (1994). En la Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales (NEE), de 1994 (UNESCO, 1994); se plantearon dos consideraciones fundamentales: 1. Garantizar el acceso a la educación a todos los niños; en particular, aquellos con necesidades especiales. 2. Dignificar la educación de estos, de manera que reciban una educación de calidad y en igualdad de oportunidad (Revista logos, Ciencia & tecnología, 2017).



No obstante, en la declaración Salamanca (2004), según sus informes relacionados en lo jurídico a firma que el Art 1. Numeral 10 Ley 982 (2005) decreta la Lengua de Señas (LS) como lengua natural de la comunidad de Sordos; No obstante, describe la importancia de respetar las diferencias lingüísticas y comunicativas en las prácticas educativas y fomentar la educación bilingüe de calidad de la comunidad Sorda. El decreto 366 (2009) del MEN, reglamenta que la organización del servicio de apoyo pedagógico para la atención de los estudiantes con discapacidad y con capacidades o con talentos excepcionales en el marco de la educación inclusiva. Adicionalmente, se aprueba la "Convención sobre los Derechos de las Personas con Discapacidad".

### ***Marco legal en Colombia***

En el marco legal de Colombia, referente a lo internacional, se ha tenido en cuenta, la responsabilidad, en la participación respecto a los derechos humanos, para la igualdad de oportunidades de las personas Discapacitadas. Según un documento presentado por la ONU (2004), relaciona a Colombia entre los 10 países que trabajan en una educación participativa e incluyente. Por otra parte, la Constitución Política de Colombia (1991), protege a las personas con discapacidad. En su artículo 47, hace referencia a la protección de las personas con disminución física, sensorial, psíquica. Además, en el ministerio de educación Nacional, se reglamenta el proceso de reconocimiento de intérpretes oficiales de la Lengua de Señas Colombiana - español, y se adopta la Política Pública de Discapacidad para el Distrito Capital mediante el Decreto 470 (2007), en uso de sus facultades legales, en especial las conferidas por la Constitución Política de Colombia (1991), el Decreto 1421 (1993) y el Acuerdo Distrital 137 (2004).

Asimismo, se presenta otras leyes que regulan la población sorda mediante la

constitución política de Colombia (1991).

1. Ley 324 (1996) Otorga beneficios en la comunicación lingüística. El Estado auspiciará la investigación, la enseñanza y la difusión de la Lengua Manual Colombiana (art 3).

2. Ley 324 (1996) La formación de intérpretes de la lengua manual colombiana o lengua de señas colombiana, podrá ser ofrecida por instituciones de educación superior, debidamente reconocidas y facultadas para adelantar programas de formación en ocupaciones, conducentes al título de Tecnólogo (art. 8).

3. Ley 115 (1994) establece que los departamentos, distritos y municipios organizarán en su respectiva jurisdicción, un plan de cubrimiento gradual para la adecuada atención educativa de las personas con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales, el cual hará parte del plan de desarrollo educativo territorial (art. 12).

4. Ley 361 (1997). En concordancia con lo establecido en la Ley 115 de 1994, nadie podrá ser discriminado por razón de su limitación, para acceder al servicio educación, ya sea en una entidad pública o privada y para cualquier nivel de formación (art.11). El Estado, facilitara a las personas sordas, sordo ciegas, hipoacústica el acceso a todas las ayudas técnicas necesarias para mejorar calidad de vida (art.14).

5. Decreto 366 (2009). Atención a estudiantes sordos usuarios de lengua de señas colombiana (LSC). El intérprete desempeña el papel de mediador comunicativo entre la comunidad sorda y la oyente, lingüística y culturalmente diferentes, contribuye a la eliminación de barreras comunicativas y facilita el acceso a la información a las personas sordas en todos los espacios educativos y modalidades lingüísticas (art.5).

6. Ley 982 (2005). El Gobierno Nacional y los gobiernos territoriales, deberán respetar las diferencias lingüísticas y comunicativas en las prácticas educativas, fomentando una educación bilingüe de calidad, que dé respuesta a las necesidades de los sordos y sordociegos,

garantizando el acceso, permanencia y promoción de esta población en lo que apunta a la educación formal y no formal de acuerdo con la reglamentación que para el efecto expida el Ministerio de Educación Nacional (art. 19).

7. Ley 982 de (2005). El Gobierno y el congreso de la república, ratifica la lengua de señas en Colombia, se entiende y se acepta como idioma necesario de comunicación de personas con pérdida de audición y sordo ciegas, lo cual es necesario para el desarrollo (art. 2).

8. Ley 982 de (2005) padres, conyugues y hermanos de sordos y sordo ciego, el Estado les proveerá al acceso a la Lengua de Señas Colombiana (art. 24).

De lo anterior, es significativo mencionar, la importancia de dar a conocer los derechos que tiene la población con alguna discapacidad. Respecto a los no oyentes, cabe señalar que anteriormente estas personas eran más vulnerables en la sociedad y en la misma familia, ya que no se ponía en práctica el lenguaje de las señas.

Cabe destacar, que de acuerdo con los DUA (derechos universales de aprendizaje), el trabajo con la población de personas con dificultades de aprendizaje debe ser incluyente, con una formación académica de calidad, permitiendo que el desarrollo del estudiante sea natural. Por lo tanto, es necesario cambiar el modelo tradicional del aprendizaje ya que éste es generador de algunas barreras, que no permite un desarrollo completo e incluyente.

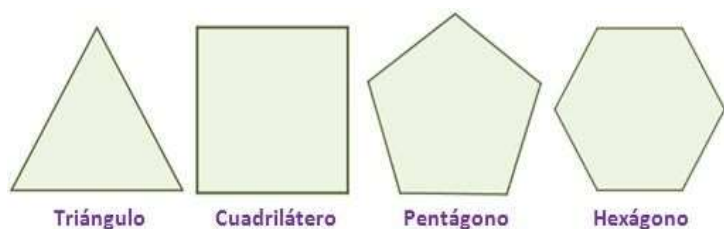
En cuanto a, las tecnologías para tratar las dificultades de la audición en el mundo, se puede decir que, la sordera se trabaja en medio de talleres, tecnologías (implantes) y audífonos. Según organismos como la OMS (2019), registran que, más de 70 millones son los que utilizan lenguaje de señas, que requieren mejoras en las tendencias de las prácticas pedagógicas, para que haya inclusión la de educación y formación para los no oyentes, que generen excelentes garantías, e igualdad de condiciones en la formación académica. Por tal razón, es importante que

los docentes sean idóneos en la enseñanza de la lengua de señas, para que se facilite el aprendizaje de los sordos con equidad y las mismas oportunidades de los oyentes.

Por consiguiente, respecto al desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes con limitación auditiva, se debe enseñar esta área del conocimiento, implementando nuevos elementos y herramientas didácticas, que brinde ayuda para el aprendizaje de los objetos geométricos denominados los poliedros. El proyecto se va a desarrollar bajo la teoría de las “Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje” THA. Es importante señalar, que los estudiantes sordos van a interactuar mediante la observación de formas, figuras y cuerpos geométricos, en diferentes materiales, asociados con símbolos, ilustraciones y lenguaje lexicográfico, consignados en guías que desarrollaran, a través de tareas que contienen las propiedades y características de poliedros regulares e irregulares.

### **Polígonos regulares e irregulares**

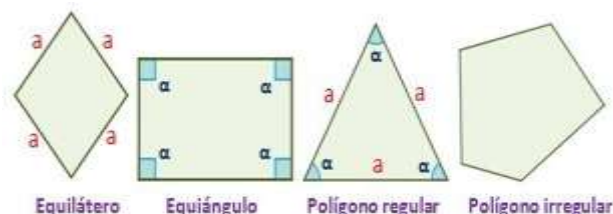
Si bien el mundo en que vivimos está rodeado de geometría, es observada desde nuestro nacimiento, la geometría es vista como una materia sin valor se enseñan de forma estéril en las aulas regulares. Obstante, nuestro entorno vivimos y nacemos con relación en la geometría. Si embargo, se tiene que los polígonos son figuras planas compuestas por, vértice, caras, lados, ángulos externos y externos, cabe destacar que los poliedros regulares e irregulares poseen diferencias características. (Guillén, 2010).

**Figura 6***Poligono regulares*

Polígono regular: estos compuestos por vértices, caras, lados y todos poseen la misma medida.

**Figura 7***Poligono irregular*

Polígono irregular: están compuestos por vértices, lados, caras, y sus medidas no son iguales.



Por otra parte, los polígonos es una porción de un plano limitado compuestos por dos extremos un triángulo compuesto por vértice, y los extremos de los lados llamados vértice, mientras que consideran dos tipos de ángulos: interior (formado por dos lados) y exterior formado por un lado y la prolongación de otro (Godino 2002, p 465).

**Poliedros**

La geometría en la naturaleza ya que existen objetos poliédricos, como en los nidos de las colmenas de las abejas, en la biología etc. Al mismo tiempo existe los poliedros el arte, actividades realiza por el hombre, como la arquitectura, artesanía, no obstante, los poliedros existen, aproximadamente, desde el año 2000 a. C y fue estudiada por Filósofos y matemáticos como Platón, Arquímedes, Euclides, Poincaré y otros (Godino, 2022)

Según (Godino y Ruiz,2002, 482) el poliedro es el sólido delimitado por una superficie cerrada y que esta es formada por regiones poligonales planas. Donde cada región poligonal se dice que es una cara del poliedro.

Y los vértices y lados de las regiones poligonales se dicen que son los vértices y lados del poliedro.

### **Figura 8**

*Poliedro Regular e irregular*

#### **Poliedros regular**

Es un cuerpo geométrico que contiene las siguientes condiciones:

- La superficie es convexa
- Las caras están compuestas por regiones poligonales regulares
- Su número de caras son iguales y cada uno de sus vértices.



Al mismo tiempo Clements (2022) afirma que la geometría es un pensamiento espacial y que este consiste en un conjunto de procesos cognitivos que son representados en objetos espaciales, relaciones y las transformaciones que se construyen por medio de la manipulación. Para (Piaget 1967) en su teoría en la educación infantil, en la concepción del espacio lo cual se construye a través de acciones motrices y las interacciones del niño y que esta no se puede dar forma transversal, sino que se construye a partir de la manipulación activa del entorno del niño. Guillermo (2010) cita a Puig (2006) en los procesos matemáticos se tratan los procesos matemáticos de describir, clasificar utilizando como contexto las relaciones de inscripción y

dualidad de los poliedros regular y sus limitaciones semánticas que con lleva el contexto para la enseñanza y aprendizaje de estos procesos matemáticos.

## 6. Metodología

La metodología empleada en este trabajo consiste en la investigación basada en diseño, que ha sido desarrollada en las Ciencias de Aprendizaje, y es de naturaleza cualitativa. Según Molina, et al., (2011) “Analizar el aprendizaje en contexto mediante el diseño y estudio sistemático de formas de aprendizaje, estrategias y herramientas de enseñanza, de una forma sensible a la naturaleza sistemática del aprendizaje, de la enseñanza y de la evaluación” (p. 76). De esta manera, las herramientas que se utilizan en este proyecto son guías de aprendizaje ajustadas a las necesidades de los estudiantes sordos y material físico, manipulable, llamado los poli-troquelados, que consisten en piezas geométricas plásticas, con las que se construyen cuerpos geométricos como los poliedros regulares e irregulares.

A continuación, se muestra unas imágenes de este material que hace parte de material didáctico.

### Figura 9

*Polis troquelados*



**Figura 10***Investigación de diseño*

De lo anterior, se tiene que, para lograr el éxito de las THA en la construcción de estos objetos matemáticos, se deben desarrollar una serie de actividades, secuenciales y pertinentes que logren desarrollar habilidades que faciliten el aprendizaje de los estudiantes sordos, para que avancen de un nivel a otro del pensamiento geométrico de forma continua. No obstante, se debe “identificar el nivel de aprendizaje en los que se encuentran los estudiantes, para determinar las estrategias que logren desarrollar las ideas y habilidades geométricas” (Clements y Sarama 2015, p.6). Las actividades de estas tareas específicas le permiten determinar cuándo se pasa de un



nivel a otro, sin embargo, Clements y Sarama (2015) señala que si un niño que sea retraído o cansado pueden operar en un nivel inferior. Por eso, para tener un conjunto de actividades, que

logren una mejor comprensión de las matemáticas, se deben “tener en cuenta a los primeros años y que esta sea promovida por el profesor, a través de una enseñanza planificada, que ayude a los niños(as) aprender a un nivel apropiado y profundo” (Clements y Sarama 2015, p.7). De lo anterior, cabe señalar la importancia de las trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (THA), en las que se diseñan un conjunto de tareas o actividades para ser llevadas a un aula inclusiva. Esta investigación, está diseñada a través de una teoría de enseñanza con este propósito, que permita hacer partícipes estudiantes con limitaciones auditivas y oyentes en un escenario académico, como es el salón de clase, con conceptos y elementos geométricos espaciales, de una forma incluyente.

Para Clements y Sarama (2015) la trayectoria de aprendizaje en la geometría incorpora cuatro sub-trayectorias relacionadas:

- i) Comparar; determinar la congruencia en los primeros niveles.
- ii) Clasificar; Analizar identificar
- iii) Segmentos; distinguir, nombrar los componentes de forma.
- iv) Representación; manipulaciones, formas y clasificación (p.).

La composición de figuras de bidimensional y tridimensional, y por el otro lado pueden presidir y apoyar el desarrollo de cada estudiante individualmente en sus competencias de formación. Sin embargo, las trayectorias llevan a los estudiantes sordos a observar las figuras en diferentes perspectivas en la construcción de las figuras, pueden crear medidas (área, perímetro, volumen y otras). Determinar los ángulos, vértices. Por esta razón, León, et al., (2014) mencionan en su artículo “la abstracción geométrica que surge de la experiencia con las formas

como atributos de los objetos, consolida las figuras geométricas como objetos de conocimiento” (p. 15), ... “están fuertemente relacionadas con el reconocimiento de la geometría como transcendental comienzo de modelación que permite interpretar, entender y apreciar un mundo que se torna particularmente geométrico” (p. 16)

No obstante, se busca explicar como un diseño de introducción se incorpore para un aprendizaje de la geometría y como esta es adaptada o estudiantes sordos, asimismo una secuencia de episodios de enseñanza trayectorias de aprendizaje.

Ahora bien, el razonamiento espacial es un conjunto de procesos cognitivos lo cuales son representados mediante objetos espaciales, la geometría es una construcción de figuras, una visualización, un dibujo, es un estudio de aspectos especiales del mundo físico, un desarrollo de habilidades del pensamiento lógico, conocimientos espaciales sobre el mundo real (Clements, 1992, p. 402).

Por su parte Piaget afirma que el desarrollo del concepto espacial es más sofisticados, así mismo los niños en sus primeras etapas son pasivos en sus propias exploraciones. (como se citó en Clements, 1992, p. 409).

En los primeros años de escuela la geometría y el razonamiento espacial forman la base de muchos aprendizajes de las matemáticas y otras materias. Cabe considerar que nuestro conocimiento de la geometría y el espacio de los niños pequeños pensamiento no es tan extenso como el de su pensamiento numérico. (Clements, 2011, p. 267).

### **6.1 Trayectorias reales de aprendizaje**

Dentro el sistema educativo, las trayectorias del aprendizaje es para la construcción del aprendizaje de niños (as), es el acompañamiento en la institucionalidad que se le realiza la unión

entre estudiante y la escuela por muchos problemas extraescolares que presentan los jóvenes, igualmente los requerimientos académicos de las poblaciones de origen étnico, género, educativo y culturalmente, se debe tener un empoderamiento para lograr el acceso al conocimiento y desarrollo (UNICEF).

En efecto las dos van de la mano, ya que, se relaciona en el aprendizaje para una educación de calidad, generadora de una educación inclusiva, las trayectorias son diseñadas para tener una guía más práctica en la enseñanza y una mejor comunicación (Docente –Estudiante), que el estudiante mediante estas trayectorias encuentre lo que se necesita partiendo de lo que sabe, donde el docente es solo un mediador en el saber y la construcción del aprendizaje del estudiante, generador de dudas en los estudiantes, así pues el estudiante encuentre solución a sus dudas, al mismo tiempo el docente es solo un amigo más.

## **6.2 Estudio de caso**

El estudio de caso de puede evidenciar en distintos escenarios que se requiera realizar en el ámbito de la vida humana, en una investigación que se realiza a un grupo, comunidad y político completo de personas independiente de su cultura, creencias o sociedad, sin embargo, para Simons (2009), es un proceso social, lo cual su principal objetivo principal instrumento es la recolección de datos, es decir es un estudio en la educación y la práctica en cualquier escenario que se requiera. Sin embargo, para Simón el estudio de caso se debe tener en cuenta el contexto de la investigación y la evaluación educativa desde su propia lógica en su parte metodológico que esta lo requiera. Cabe destacar que el propósito del estudio de caso para Simons se debe tener en cuenta los siguientes parámetros.

**Figura 11***Parámetros de estudio de caso*

Enfoque	Método	Estrategia
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Intención de investigación</li> <li>• Propósito metodológico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Técnica de investigación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Procesos de interpretación</li> <li>• Análisis</li> </ul>

Fuente: Simons, 2009

Por otra parte, el estudio de casos es aplicado a la inclusión educativa con dificultades sensoriales de la visión referente a las matemáticas, en este caso la geometría. Así se expone en trabajo investigativo, lo cual es enfocado mediante el desarrollo de la metodología trayectorias hipotéticas del aprendizaje mediante las teorías de Simón, Clements, Sarama y otros autores, en una secuencia didáctica en el concepto elementales de los poliedros regulares e irregulares.

Según Franco (2018) en su trabajo investigación nos señala que mediante el estudio de caso se tiene que el aprendizaje de las medidas de tendencia central con población sorda. Gómez (2018) caracterización de la soviatización perceptual y conceptual en niños de grado primero, a través de una serie de tareas bajo el enfoque de trayectorias hipotéticas de aprendizaje.

Sin embargo, el investigador debe aplicar metodologías para abordar la problemática en cualquier escenario que sea esta, en el estudio de los problemas matemáticos que se originan y que mediante sus análisis se le pueda dar una solución a las problemáticas que se dan en las aulas de clase. Cabe destacar que la finalidad del proyecto es analizar la situación social, cultural, pedagógicas mediante las trayectorias de aprendizaje, en su método cualitativo de una población

con dificultades de audición.

### 6.3 Los poliedros

Hay un una serias de incógnitas que se dan en el concepto de los poliedros. ¿Qué es para nosotros un poliedro?, ¿Qué oportunidades nos han ofrecido en nuestro entorno y las experiencias vividas?

Si bien los únicos que han tenido experiencias con una de las ramas de las matemáticas (la geometría) este caso los poliedros son los docentes, ya que ella es integrada en un sistema educativo en las aulas de clase, sin embargo, la geometría es vista como una materia sin valor debido que muchas instituciones la enseñan de forma estéril con respecto a otra rama matemática aplicada, o algebra, no obstante, nuestro entorno vivimos y nacemos en relación con la geometría (Guillén, 2010).

Cabe destacar los poliedros regulares existen, aproximadamente, desde el año 2000 a. C, por unas piezas encontradas en Escocia, las cuales, son exhibidas en el Asolean Museum de Oxford. Por su parte, los poliedros vuelven a aparecer entre los filósofos griegos gracias a los pitagóricos (González, 2009). Al respecto, por Platón en el siglo IV, adquieren los siguientes nombres: los sólidos platónicos, cuerpos platónicos, cuerpos cósmicos, sólidos pitagóricos, sólidos perfectos, poliedros de Platón.

Si bien para estos grandes filósofos matemáticos no se le pueden atribuir cual fue el primero en descubrir los cuerpos geométricos.

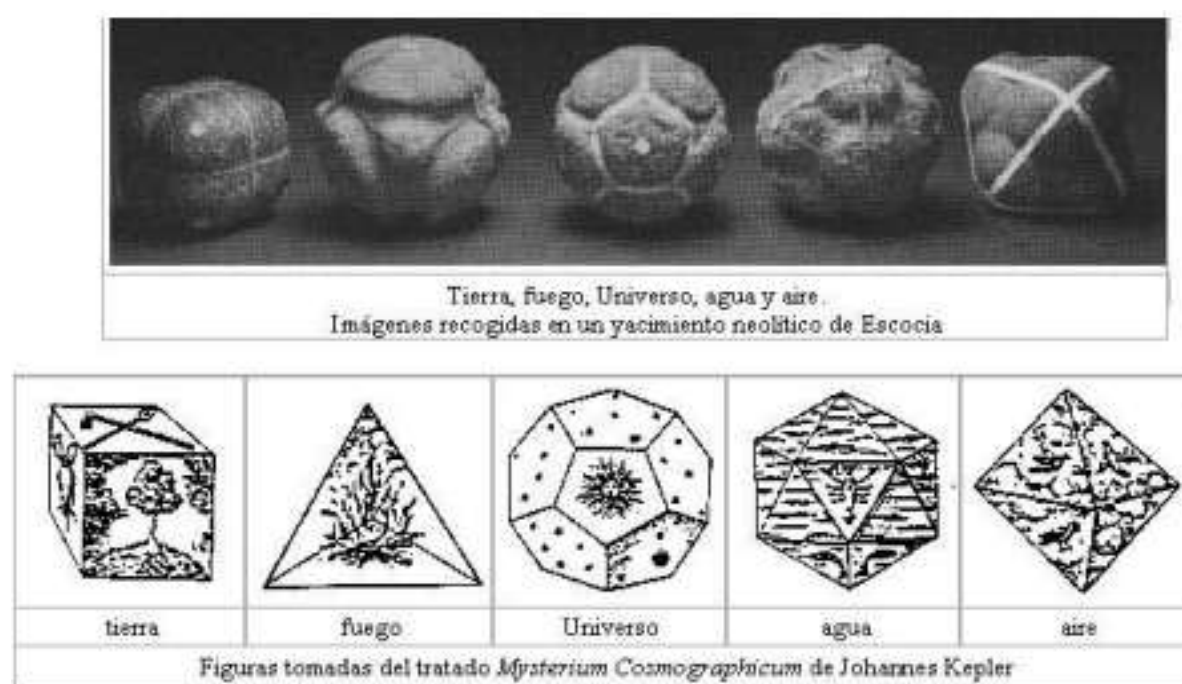
Para Pitágoras se le atribuye la construcción de las figuras cósmicas donde se relacionan los 4 elementos primarios (fuego, tierra, aire y agua) con el tetraedro, el cubo, el octaedro y el

icosaedro.

Con relación a Empédocles de Agrigento fue el primero que distinguió los cuatro elementos primarios. Al parecer los Pitagóricos sólo conocían el tetraedro, el cubo y el dodecaedro. El icosaedro y el octaedro se atribuyen a un amigo de Platón, igual para, Platón, si bien cada uno les tenía un significado diferente a estas figuras.

## Figura 12

### *Icosaedro y octaedro*



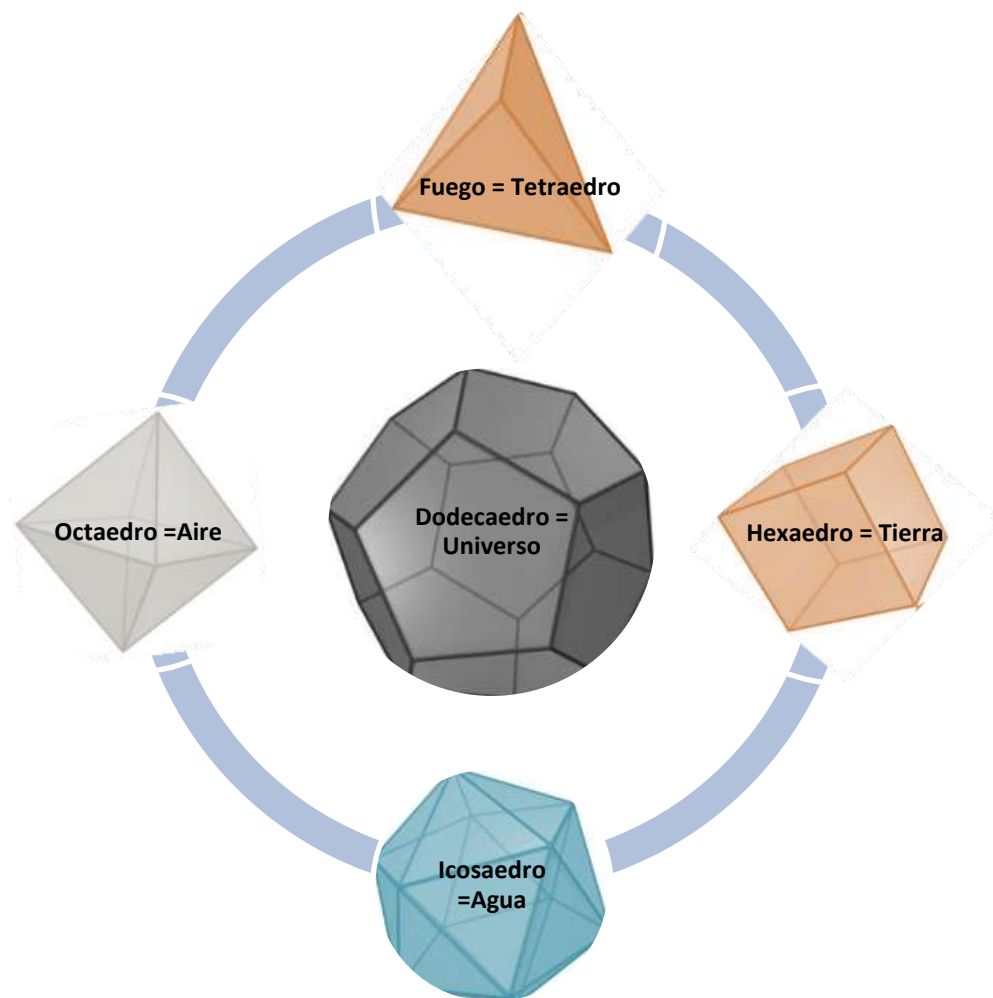
Fuente: Kepler (s.f.)

Si bien los sólidos implican unos contenidos curriculares en los cuerpos de revolución, las pirámides, los prismas y los poliedros regulares.

### ***Origen de los Sólidos platónicos***

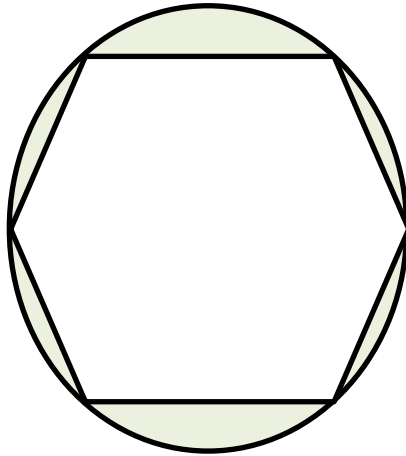
Si bien de lo anterior se tiene que, los sólidos platónicos aparecen en Grecia, gracias al Filósofo Platón a mediados del siglo IV, su renacimiento o aparición fue Escocia en el año (2000 a. C). en un principio fue considerado parte de una cultura en la finalidad de algún juego o

elementos para una decoración. Según Platón, hay una asociación de estos objetos geométricos, con elementos presentes en la creación: Tierra (hexaedro regular), fuego (tetraedro), aire (octaedro), universo (dodecaedro) y el icosaedro (agua). Cabe destacar que estos sólidos formados por barro se hallaron gracias, Aristóteles (2000 a. C). En esos tiempos no había una comprensión matemática, y la verdadera existencia de este gran hallazgo. Se cree que, en estos objetos había una intención para ser utilizados como armas o en algo lúdico. Sin embargo, no se podría decir con certeza, ya que no hay algún registro patrimonial. También se cree, que se usaron para las diferencias entre familias o clanes, Juegos, martillos, adornos, estructuras, monumentos religiosos, mapas esterales, cambio de estación, bailes ceremoniales; en rituales fúnebres, para viajar a otras dimensiones después de morir y otras variedades que se pudieron utilizar.

**Figura 13***Poliedros regulares****Polígono Regular***

El polígono es una figura geométrica que tiene todos los lados son es de la misma longitud y sus ángulos internos comparten la misma medida, es decir son equiláteros donde se forman un espacio cerrado. Por otra parte, también se le puede dar otro significado como circunscribirse a una circunferencia (Fernández, 2001).



**Figura 14***Polígono***Elementos del poliedro Regular.**

**Caras:** que forman el poliedro.

**Aristas:** son el segmento de la intersección de las **caras** del poliedro

**Vértice:** son los puntos que hace intersección las **aristas** del poliedro.

**Angulo diedro:** es ángulo que forma dos **caras** que se cortan.

**Angulo poliedro:** se determinan por las **caras** que inciden en un mismo **vértice**

***Tipos de polígonos regular.***

- Triángulo equilátero
- Cuadrado
- Pentágono regular
- Hexágono
- Heptágono regular
- Octágono regular
- Nonágono regular

### *Poliedros regulares*

Un Sólido Platónico, es un polígono regular, que posee varias simetrías, puntual, axial y plana, sus características son comunes. Entonces, si todos sus ángulos son iguales entre sí, y todos sus lados son también iguales entre sí, las caras del poliedro son iguales. A continuación, se presentan las fórmulas del Área y Volumen de estos poliedros:

**Tabla 2**

#### *Poliedros regulares*

<b>POLIEDRO</b>	<b>CARA</b>	<b>VERTICE</b>	<b>ARISTAS</b>	<b>AREA</b>	<b>VOLUMEN</b>
<b>HEXAEDRO</b>	6 cuadrados	8	12	$6 n^2$	$n^3$
<b>TETRAEDRO</b>	4 triángulos	4	6	$\sqrt{3} n^2$	$\frac{\sqrt{2}}{12} n^3$
<b>OCTAEDRO</b>	8 triángulos	6	12	$2\sqrt{3} n^2$	$\frac{\sqrt{2}}{3} n^3$
<b>DODECAEDRO</b>	12 pentágonos Regulares	20	30	$3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} n^2$	$\frac{\sqrt{15 + 7\sqrt{5}}}{4} n^3$
<b>ICOSAEDRO</b>	20 triángulos equiláteros	12	30	$2\sqrt{3} n^2$	$\frac{5\sqrt{3 + \sqrt{5}}}{12} n^3$

### *Fórmula de los poliedros Regulares*

En efecto, se utiliza la fórmula de Euler, para identificar algunas características de los

poliedros regulares.

### Tabla 3

*Fórmula para los poliedros regulares*

Formula	de	$V - A + C = 2$
<b>Euler</b>		
<b>Tetraedro</b>		$4 - 6 + 4 = 2$
<b>Hexaedro</b>		$8 - 12 + 6 = 2$
<b>Octaedro</b>		$6 - 12 + 8 = 2$
<b>Dodecaedro</b>		$20 - 30 + 12 = 2$
<b>Icosaedro</b>		$20 - 30 + 12 = 2$

**V =Vértice. A=Arista. C=Caras**

### *Poliedro Irregular*

Son poliedros, formados por polígonos, en los que, algunas de sus caras no son iguales, sus ángulos tienen diferentes medidas, sus aristas son de diferente longitud, no tienen forma definida. Algunos poliedros semirregulares son llamados Arquimedianos.

### *Prismas*

Son poliedros que poseen dos caras iguales, sus bases son paralelas y las caras son paralelogramos. Estas figuras están familiarizadas en nuestro entorno. Por ejemplo: los edificios, apartamento; en los productos del supermercado, la leche, mantequilla, atún entre otros. Según sus bases, se pueden nombrar como: prismas triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, etc.

**Figura 15***Prismas*

**Base:** Todos tienen bases, son iguales y paralelas.

**Caras:** son los paralelogramos que están entrelazados entre las dos bases.

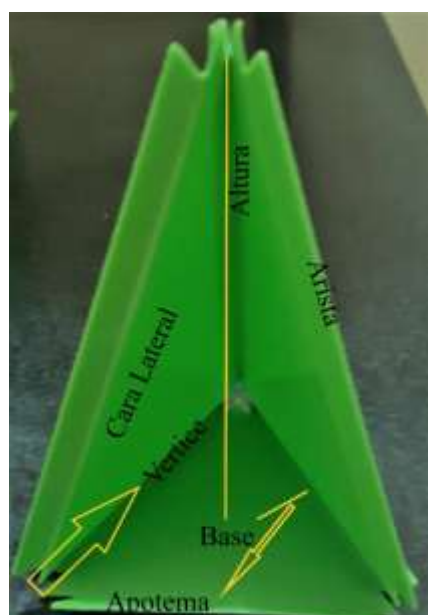
**Altura:** Es el diámetro que hay entre las bases.

Cabe destacar que existen una variedad de prismas llamados, prismas (cuadrados, pentagonal, hexagonal, regular, oblicuo, recto). Asimismo, sus fórmulas para área y volumen son:

$$\text{Area} = 2 * Ab + Pb * h \quad \text{y} \quad \text{volumen} = Ab * h$$

*Pirámides*

Son figuras que se relacionan en muchos casos, con naturaleza y, en la arquitectura, en construcciones antiguas como son las pirámides (egipcias, Zhengzhou, Antártica). En efecto, las pirámides están compuestas por unos elementos llamados:

**Figura 16***Pirámide*

**Vértice;** son los puntos donde se encuentran las aristas.

**Arista lateral;** son los lados de la base o de las caras laterales y las aristas de la base se llaman aristas básicas.

**Base;** es el polígono que delimita a la pirámide, y los vértices no coinciden con el vértice de la pirámide

**Cara lateral;** son cada una de las caras de los triángulos

laterales que limitan a la pirámide, y que coinciden los vértices.

**Apotema;** es la altura de una de las caras laterales o la distancia entre el centro de la base a cualquier lado de la pirámide

De lo anterior existen otros tipos de pirámides llamadas oblicua, regular, convexa, cóncava y recta, contenido por área total, área en la base, área lateral y volumen.

Cabe destacar que existen pirámides hexagonales, pentagonales y triangulares.

**Área Total = área lateral + área de la base**

$$A_L = \frac{P_b * A_p}{2}$$

$$A_b = \frac{N * L * ap}{2}$$

$$V = \frac{a_b * h}{3}$$

La visualización y construcción de poliedros permiten al estudiante sordo, entrar a un mundo tridimensional y espacial, facilitan el desarrollo de habilidades geométricas y el reconocimiento de diferentes propiedades que estos cuerpos poseen.

#### **6.4 Fases de la investigación**

Se realiza, el experimento metodológico mediante Trayectorias de Aprendizaje, el cual se divide en cuatro etapas: implementación de instrumento de indagación, diseño de la Trayectoria, desarrollo de la Trayectoria de manera orientada y análisis del resultado.

## 6.5 Diseño de trayectoria hipotética de aprendizaje a estudiantes sordos

En esta investigación se tomó en cuenta, Para esta investigación se le incorporo, el lugar espacial, los espacios bidimensionales, las representaciones del espacio, los espacios tridimensionales y las representaciones la misma. Se tiene en cuenta los parámetros de la investigación referente a la población a trabajar.

## 6.6 Población

Estudio realizó con dos estudiantes sordas de secundaria en el Institución Educativa CASD Sede principal Hermógenes Maza, ubicado Carrera 24A Calle 6, Barrio Niágara, Armenia, Quindío con de una población media baja, en aulas multigradual y regulares de grado decimo con apoyo de una traductora de lenguaje de señas colombiana, totalmente empíricos en el campo matemático (Geométrico) y otras ciencias. Cabe destacar, que una de las estudiantes presenta un TDH alto y problemas en el lenguaje de señas de Colombia, ya que es de origen venezolano con dos años el colegio. Así mismo los estudiantes son acompañados de interprete de señas en aulas regulares. Cabe señalar que las estudiantes sordas viven con personas y padres oyentes y su ingreso a la educación fue tarda. Además, este experimento se diseñó en mes de agosto del 2022 y se culminó en noviembre del mismo año, con la participación de dos estudiantes y un intérprete. Se formula mediante, las trayectorias de aprendizaje para construcción del aprendizaje de estudiantes con discapacidad auditiva. Lo cual, se realizó los lunes y viernes en secciones de 4 horas en la jornada de la mañana. Sin embargo, se realiza el recorrido de las Trayectorias con cada una de ellas, teniendo en cuenta los siguientes niveles de progresión:

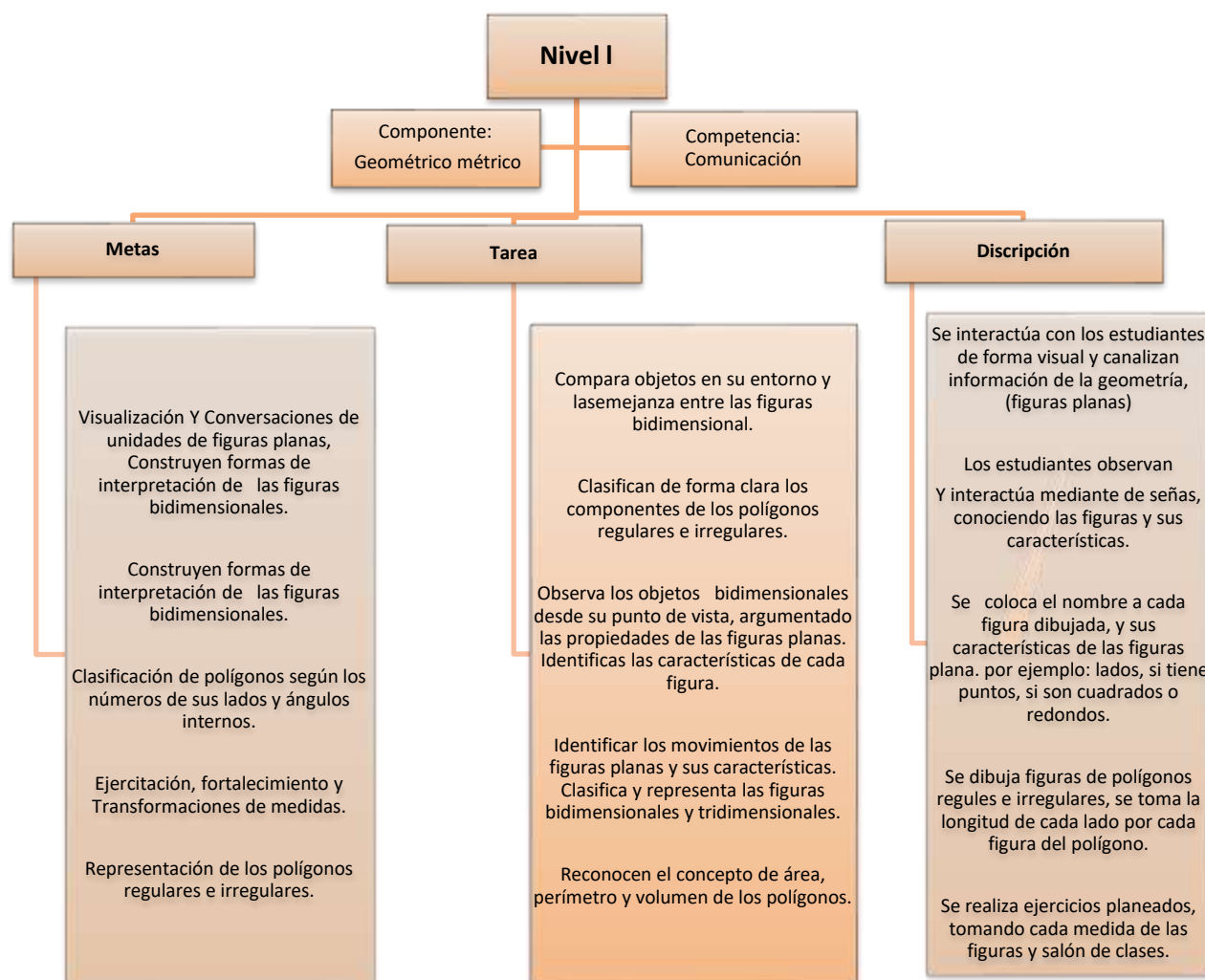
Por esta razón cabe señalar que por medio de estos niveles se evidencia los pasos que los estudiantes deben seguir, cabe destacar que cada nivel tiene su dificultad y que cada va regulado

del otros permitiendo así que se trabaje de forma continua de un nivel otro. Sin embargo, de cada nivel que se trabaja morfa paulatina midiendo cada nivel del aprendizaje, en primer lugar, se trabaja el nivel uno los grados sexto y séptimo, en segundo lugar, se trabaja los grados octavo y noveno y en tercer lugar grados decimo, al mismo tiempo se trabajan los niveles desde.

- I. La observación
- II. La construcción
- III. Concepto

**Figura 17**

*La observación*



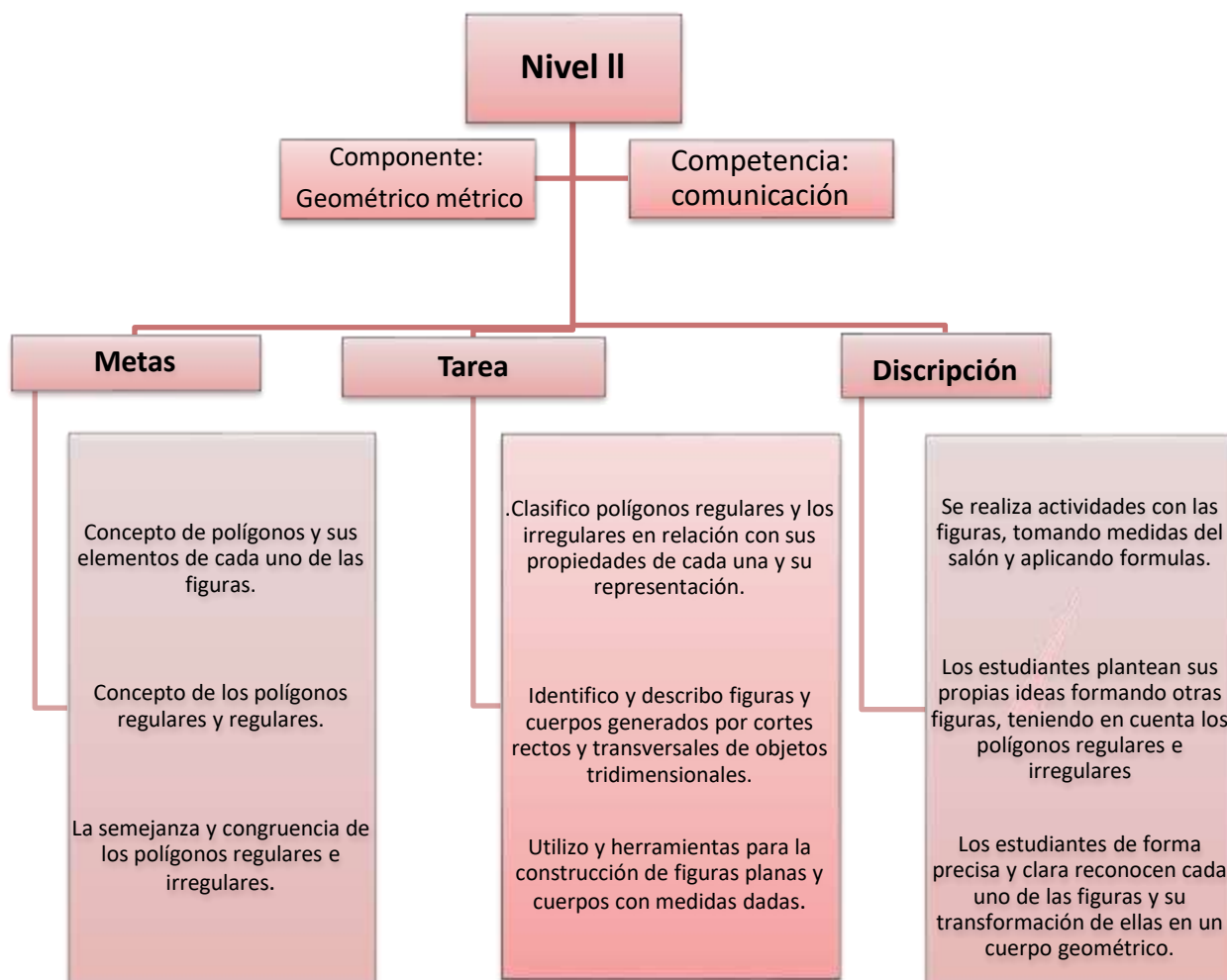
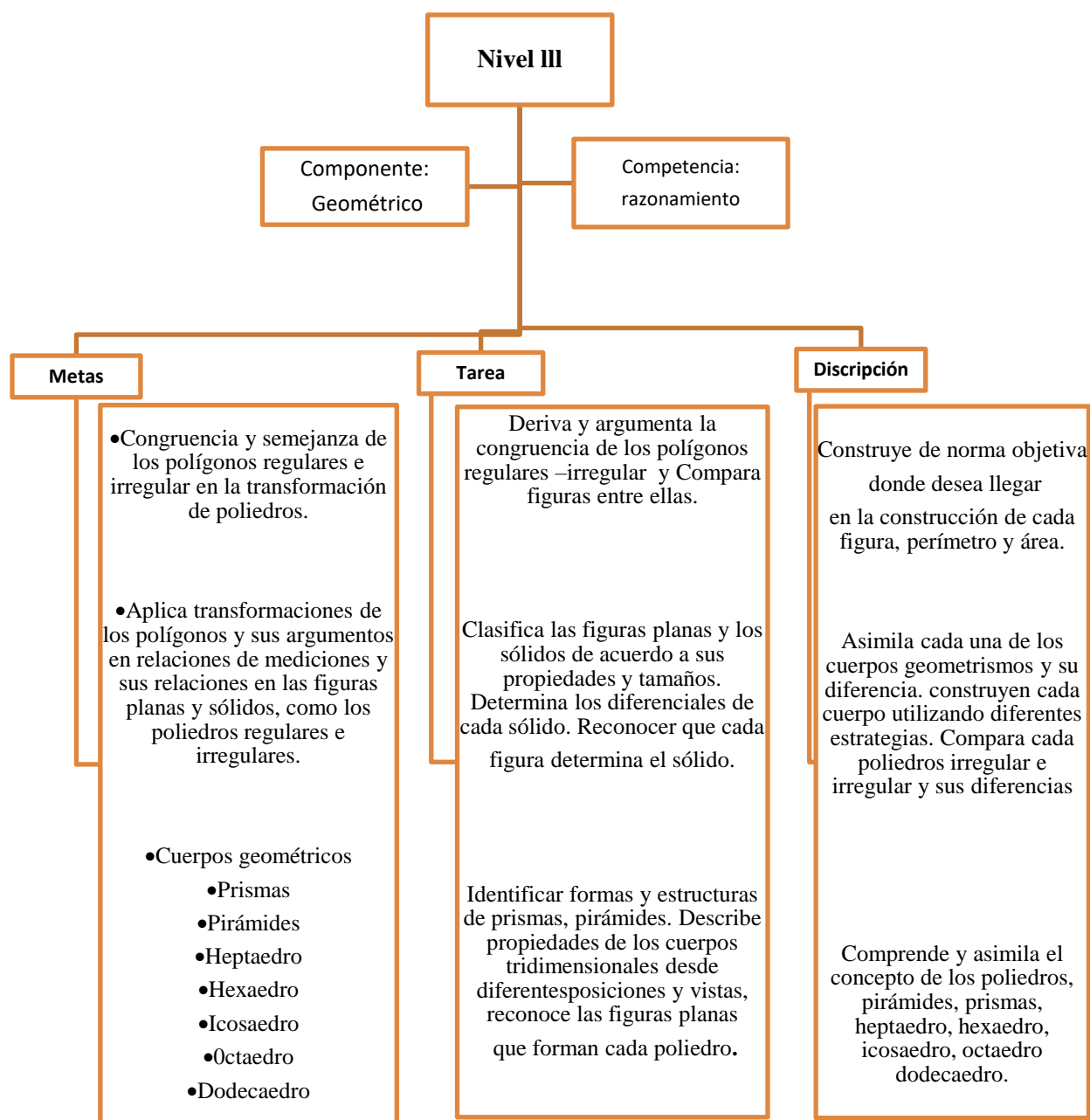
**Figura 18***La construcción*



Figura 19

Concepto



Con relación a lo interior se tiene la tabla de representación de las trayectorias reales mediante cada nivel, partiendo desde las hipótesis que se presenta en aula, validar y analizar los datos de cada trayectoria de aprendizaje que se presenta en cada proceso de los estudiantes sordos y las acciones que esta se genera a ritmo que se presenta cada situación en su aprendizaje. Cada nivel que se logra realizar permite que el estudiante logre identificar el significado de cada proceso de las figuras y el concepto para llegar a la construcción de los polis troquelados.

### **6.7 Análisis de la trayectoria**

Es importante sustentar y comprender los procesos del aprendizaje para estudiantes sordos en sus caminos se evidencia las hipótesis que se presentan ya sea por las circunstancias o en la planeación de los maestros en sus aulas de clases. No obstante, en el trabajo investigativo se evidencia las variables y comparar cada una de ellas, su comportamiento de las dos estudiantes sordas bajo sus variables que se presenta en los caminos del aprendizaje en este caso las hipótesis que se presentan.

La investigación parte de una mira desde lo hipotético, una suposición que se presenta en el aula y que está a la vez se transforme en una trayectoria real. Lo cual se tiene que mediante las rejillas y algunas fotos y video se evidencia los estudiantes sordos su aprendizaje real con las trayectorias.

Se diseñaron las actividades utilizando las herramientas a través de los niveles del aprendizaje

**Tabla 4***Diseño de Actividades*

---

1. Los estudiantes reconocen el concepto de los polígonos regulares e irregulares.

**Figura 20***Concepto de polígono*

---

2. Estudiantes sordos escogen y combinan los polígonos regulares e irregulares.

**Figura 21***Combinación de polígonos regulares e  
irregulares*

- 
3. Los estudiantes sordos tienen la habilidad para la ubicación de cada figura bidimensional.

**Figura 22**

*Ubicación figura bidimensional*



- 
4. Los estudiantes sordos, conocen el concepto de otras figuras planas.

**Figura 23**

*Concepto de figuras planas*



---

5. Los estudiantes comprenden que mediante Los polígonos se puede construir cuerpos en 3D

**Figura 24**

*Construcción cuerpos en 3D*



6. Realizar verificación de medidas, representaciones de figuras bidimensionales y tridimensionales y su ubicación espacial.

**Figura 25**

*Verificación, representaciones y ubicación espacial*



7. Transformación de figuras de polígonos a cuerpos geométricos.

**Figura 26**

*Transformación de figuras de polígonos  
a cuerpos geométricos*



- 
8. Identificar el concepto de los poliedros regulares e irregulares.

**Figura 27**

*Concepto de poliedros regulares e irregulares*



9. Los estudiantes identifican cada paso en la construcción y ritmo de los polis troquelados.

### Figura 28

*Pasos en la construcción y ritmo de los polis troquelados*



Cada tarea tiene sus niveles de aprendizaje, para la implementación del desarrollo de las actividades mediante el aprendizaje real, lo cual se puede ejecutarse en los niveles de las THA para así llegar a la meta.

**Tabla 5***Niveles de trayectorias*

Estudiante 1 y 2																					
Indicador de nivel	Nivel 1							Nivel 2							Nivel 3						
	RDP	ICP	IDP	ACDP	CDP	CLDP	RDP	RDP	ICP	IDP	ACDP	CDP	CLDP	RDP	RDP	ICP	IDP	ACDP	CDP	CLDP	DRP
Actividad 1																					
Actividad 2																					
Actividad 3																					
Actividad 4																					
Actividad 5																					
Actividad 6																					
Actividad 7																					

**6.8 Resultados**

Se representa los resultados mediante un diseño de actividades que se realiza a dos estudiantes sordos en la enseñanza de la geometría en la construcción de los poliedros. De lo anterior se tiene que, mediante la información en rejillas, se puede evidenciar las trayectorias reales aplicadas a los estudiantes sordo de secundaria. Mediante esta metodología se evidencia los pasos en resolver las hipótesis, indicadores y descripción de los pasos que se generan en aula de clases mediante las trayectorias.

**6.9 Verificación de la hipótesis**

A continuación, se muestra las acciones del análisis de cada estudiante sordo 1 y 2, en



cuanto a la serie de pasos que se presenta en el experimento de enseñanza mediante la validación de las hipótesis que se presenta en la construcción de poli troquelados, de modo idéntico se tiene la tabla lo cual nos muestra el indicador que se evidencia el desarrollo de las dos estudiantes sordos mediante el:

Reconocimiento de los polígonos = RDP

Clasificación de polígonos = CDP

Identificación de polígonos = IDP

Análisis del concepto de los polígonos =ACDP

Construcción de los poliedros =CDP

Clasificación de los poliedros = CLDP

Representaciones de los poliedros = RDP

### **Tabla 6**

#### *Proceso de la estudiante 1*

Participante	Indicadores	Competencias						
		Polígono regular e irregular						
		RDP	IDP	CDP	ACDP	CDP	CLDP	RDP
<i>Estudiante 1</i>	0	Nivel 1	Nivel 1	Nivel 1				
	1	Nivel 1	Nivel 1 y 2	Nivel 2	Nivel 1	Nivel 1		
	2	Nivel 2	Nivel 1. 2 y 3	Nivel 1,2 y 3	Nivel 1 y 2	Nivel 1 y 2	Nivel 1 y 2	Nivel 1
	3	Nivel 1,2 3	Nivel 3	Nivel 2 y3	Nivel 2 y3	Nivel 3	Nivel 2y3	Nivel 3

## 6.10 Actividades de las trayectorias

- El primer paso de la TRA, son los primeros procesos del aprendizaje en cómo se puede señalar y ubicar los polígonos regulares, mediante la observación de cada figura y su reconocimiento con diversidad de figuras regulares e irregulares y como las estudiantes mediante la vista reconoce cada figura.

- Segundo paso de la TRA, como los estudiantes de forma no muy precisa clasifica cada una de las figuras de los polígonos regulares y los irregulares, desde la observación el estudiante clasifica la figura, teniendo en cuenta los vértices, rectas y ángulos que los hace diferentes.

- Tercer paso de la TRA, los estudiantes sordos identifican con facilidad los polígonos, le hallan el área, los perímetros a cada figura bidimensional.

- Cuarto paso de la TRA, los estudiantes de forma clara ya identifican el paso de cada una de las figuras regulares e irregulares, analizan cada una en su comparación, clasificación y su análisis referente en su área y perímetro de cada polígono

- Quinto paso de la Trayectoria, los estudiantes 1 y 2 mediante la identificación de los polígonos, construyen cada cuerpo de forma empírica y desde sus análisis, sin observación de imágenes.

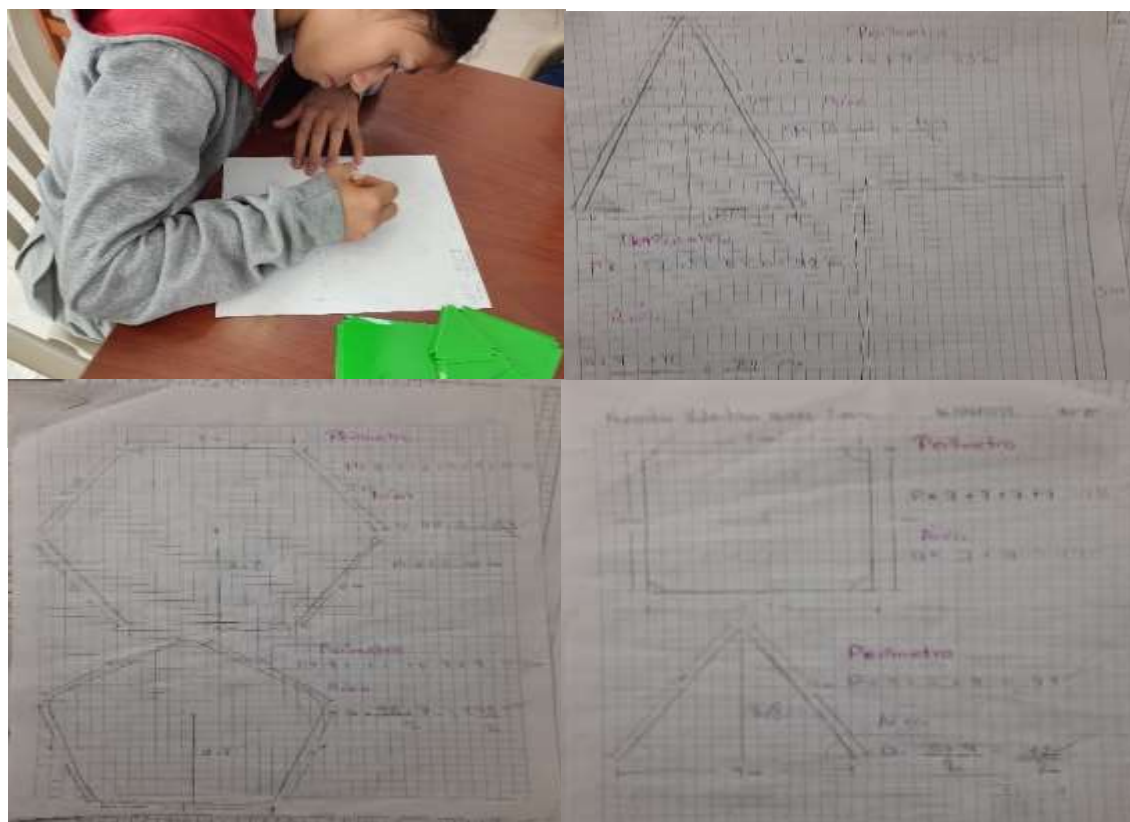
- Sexto paso de la trayectoria identifica los polígonos y mediante de esta, la construcción de cada figura para así formar una figura tridimensional, formando así los poliedros regulares y los irregulares.

- Séptimo paso de la trayectoria, los estudiantes clasifican de diferentes formas, identifican sus diferencias de cada cuerpo, hallando los vértices, aristas, caras, de igual forma lo realizan desde sus conocimientos en las metodologías y sus formas de análisis.

La estudiante 1 evidencia como se debe llegar a la construcción de los poliedros regulares a irregulares demuestra un poco de conocimiento empírico respecto algunas unas figuras geométricas e Interpreta algunos polígonos, al mismo tiempo no conoce algunas fórmulas para encontrar el área y perímetro. Sin embargo, mediante las trayectorias hipotéticas del aprendizaje se evidencia que dibuja y clasifica cada polígono, y que reconoce las líneas, vértices, y ángulos en cuando a las medidas de las figuras de los polígonos regulares logra interpretar cada uno de ello y las diferencias que existen entre polígonos, por ende, se puede evidenciar que la trayectoria real se de este modo en las siguientes fotos se logra evidenciar la estudiante 1 en su trayectoria.

En primer lugar, clasifica y organiza las figuras, colocando cada figura regular e irregulares donde corresponde. En segundo lugar, dibuja cada uno de ellos, colocando cada uno sus nombres de cada polígono, y sus características como sus área, perímetro y volumen.

**Figura 29** Estudiante 1 observa, clasifica y dibuja polígonos



Clasifica cada figura regular y empieza a formar cada figura un poliedro regular, toma un caucho y lo pone en cada esquina de la figura así hace con cada uno, asimismo se Construye cada poliedro regular y lo clasifica de morma ordenanda y se Construye cada poliedro solo con una imagen de cada uno de forma clara y eficaz, lo cual solo pone primero el caucho y luego coloca cada figura del polígono, formando así un poliedro regular.

### Figura 30

*Estudiante 1 clasificando y formando poliedro*



Clasifica cada poliedro, separando los regulares y los irregulares por sus nombres y sus características de cada poliedro, dándole sentido su similitud con la vida diaria. Dibuja cada figura uno de los poliedros en el tablero para encontrar los vértices, caras y aristas que tiene cada cuerpo, del mismo modo las encierra cada lado, para así entrelazar cada lado y formar una arista, cara y vértice.

### Figura 31

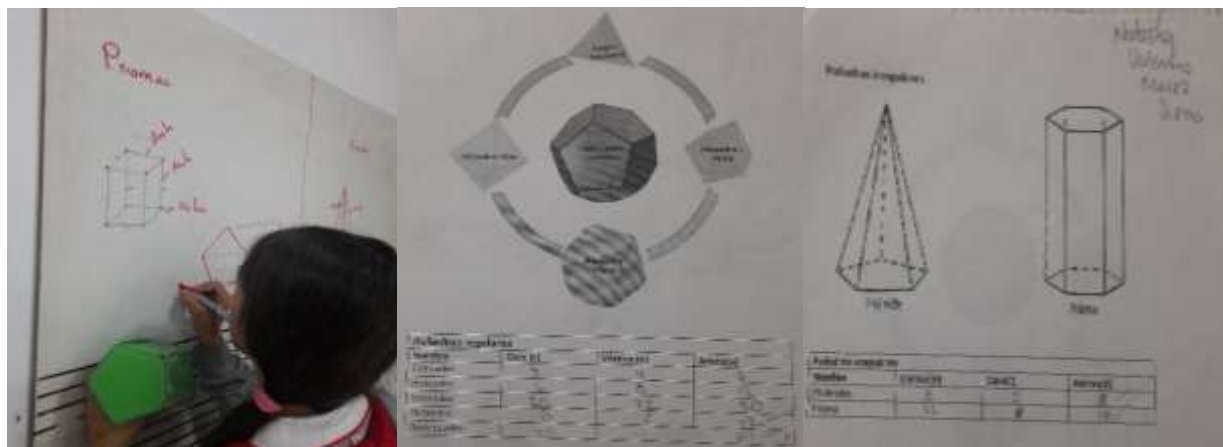
*Estudiante 1 dibujando poliedro y clasificando según sus formas*



Estudiante 1 dibuja en el tablero cada cuerpo, lo clasifica según sus formas, de igual forma le coloca cada uno sus características y los cuadros de los poliedros colocando cuantas caras, vértices y aristas tiene cada cuerpo.

### Figura 32 Estudiante

*Estudiante 1 dibujando, clasificando y caracterizando poliedros*



Cabe destacar que la estudiante uno se le realizó un pequeño video, acompañada de la traductora, se tiene en cuenta que, la traductora de formación emperica, no obstante, da conocer lo aprendido mediante la trayectoria hipotética de aprendizaje que el investigador diseño.

### Estudiante 2

### Tabla 7

*Proceso de la estudiante 2*

Participante	Indicadores	Competencias						
		Polígono regular e irregular						
		RDP	IDP	CDP	ACDP	CDP	CLDP	RDP
<b>Estudiante 2</b>	0	Nivel 1	Nivel 1	Nivel 1				
	1	Nivel 1	Nivel 1 y2	Nivel 1	Nivel 1			
	2	Nivel 1,2y3	Nivel 2	Nivel 2	Nivel 1y2	Nivel 2	Nivel 1y2	
	3	Nivel 1,2y3	Nivel 2y3	Nivel 1,2y 3	Nivel 2y3	Nivel 1,2y3	Nivel 1,2y3	Nivel 1,2y3

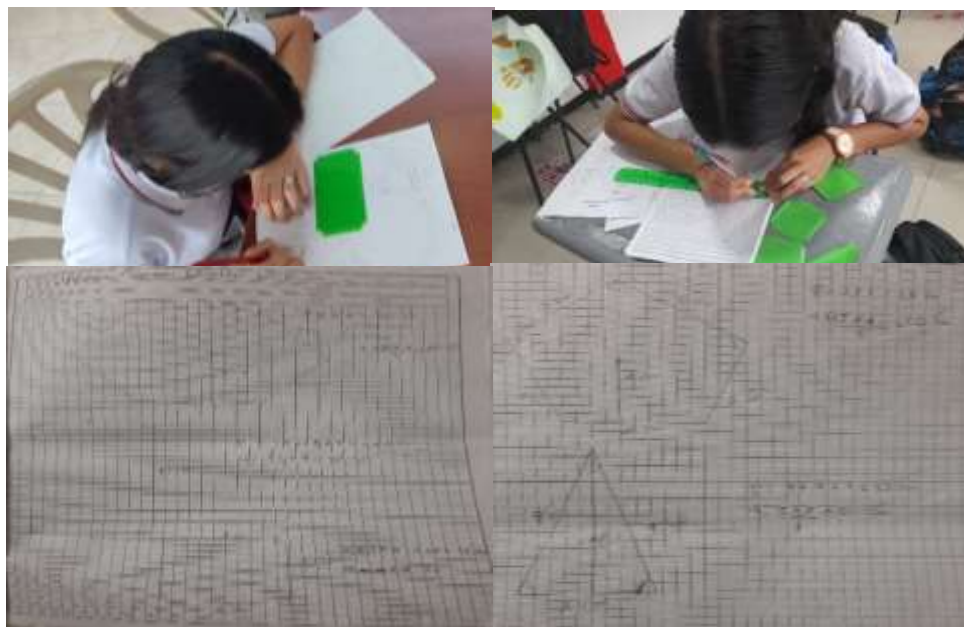
Por otra parte, la estudiante 2 evidencia que no tiene bien definido el concepto de las figuras planas solo reconoce algunas figuras en 2D y sus características de cada polígono. Cabe destacar que se debe llegar a la construcción de los conceptos elementales de los poliedros regulares e irregulares, desde las trayectorias se evidencia que la estudiante debe relacionar los polígonos y que se logre construir el cuerpo geométrico en 3D poliedros regulares e irregulares, y de esta forma los poliedros contienen puntos, ángulos, lados, aristas. Al mismo tiempo estos cuerpos bidimensionales son evidenciados mediante las siguientes fotos.

La estudiante 2, observa cada figura, la clasifica, según sea la forma, tamaño, largo y la toma desde la más grande a la pequeña, de la misma forma dibuja los polígonos regulares irregulares y analiza cual es la diferencia de cada una de ellas, define cuales son regulares e irregulares a través de la observación. Al mismo tiempo empieza por la figura irregular con papel

y lápiz dibuja cada una, mide cada una de las figuras, para hallar el área y perímetro a los polígonos, compara cada figura con algunas cosas se utilizan en el colegio.

### Figura 33

*Estudiante 2 observa, clasifica y dibuja polígonos*



Observa cada figura y mediante de esta se toma cada una y un caucho lo entrelaza de vértice a vértice y por medio de cada caucho pone la siguiente figura y así sucesivamente hasta convertir de una figura bidimensional a un cuerpo tridimensional llamado poliedros (poli-troquelados). Además, clasifica cada uno de los cuerpos, colocando cada uno por su nombre, poliedros regular e irregular. Observa cada poliedro y poder hallar cuantas aristas, vértices y caras tiene cada poliedro.

**Figura 34**

*Estudiante 2 clasificando y formando poliedro*



La estudiante 2, de forma clara y precisa completa cada cuadro de los poliedros regulares e irregulares con sus características, vértices, aristas y caras.

**Figura 35**

*Estudiante 2 completa cuadro de poliedros*

Johna Colorado Quintero 10B

Poliedros irregulares

Poliedros regulares

Poliedros irregulares			
Nombre	Vértice (V)	Caras (C)	Aristas (A)
pirámide	5	5	8
prisma	12	8	18

Poliedros regulares			
Nombre	Caras (C)	Vértice (v)	Aristas(a)
Tetraedro	4	4	6
Hexaedro	6	8	12
Octaedro	8	6	12
Dodecaedro	12	20	30



No obstante, mediante los videos de la estudiante 2 da conocer el concepto de la construcción de los poliedros y su análisis de cada uno, sin embargo, la estudiante de forma clara conoce el concepto de las figuras y como esta se logra formar un cuerpo en geométrico, lo cual se llama poliedros regulares e irregulares.

Cabe destacar que los estudiantes mediante la tabla se acota los resultados en las trayectorias reales en la construcción de los poliedros.

Reconocimiento de los polígonos = RDP

Identificación de polígonos = IDP

Clasificación de polígonos = CDP

Análisis del concepto de los polígonos =ACDP

Construcción de los poliedros =CDP

Clasificación de los poliedros = CLDP

Representaciones de los poliedros = RDP

A continuación, mediante la tabla se evidencia los procesos de cada estudiante en las acciones de las actividades que se realizaron durante el periodo de investigación.

**Tabla 8**

*Construcción del poliedro mediante los polígonos regulares y los irregulares*








Participante	Indicadores	Competencias						
		Polígono regular e irregular						
		RDP	IDP	CDP	ACDP	CDP	CLDP	RDP
<b>Estudiante 1</b>	0		Nivel 1					
	1	Nivel 1	Nivel 1 y 2	Nivel 2	Nivel 1	Nivel 1		
	2	Nivel 3	Nivel 1. 2y3	Nivel 1,2y 3	Nivel 1 y 2	Nivel 1 y 2	Nivel 1 y 2	Nivel 1
	3	Nivel 1,2 3	Nivel 3	Nivel 2y3	Nivel 2 y3	Nivel 3	Nivel 2y3	Nivel 3
<b>Estudiante 2</b>	0	Nivel 1	Nivel 1					
	1	Nivel 1	Nivel 1 y2	Nivel 1	Nivel 1			
	2	Nivel 1,2y3	Nivel 2	Nivel 2	Nivel 1y2	Nivel 2	Nivel 1y2	
	3	Nivel 1,2y3	Nivel 2y3	Nivel 1,2y 3	Nivel 2y3	Nivel 1,2y3	Nivel 1,2y3	Nivel 1,2y3

### 6. 11 Trayectoria real de los estudiantes sordos en la construcción de los poliedros

De lo anterior se tiene en cuenta las rejillas, lo cual se mide las trayectorias reales del aprendizaje mediante la construcción de los poliedros regulares e irregulares con estudiantes sordos de secundaria y su similitud de cada una en su camino de aprendizaje en sus procesos de cada estudiante mediante las siete trayectorias que aplicaron.













































**Tabla 9**

*Representación de los procesos mediante los colores*

Color que identifica al estudiante	
Reconocimiento de los polígonos	
Identificación de polígonos	
Clasificación de polígonos	
Análisis del concepto de los polígonos	
Construcción de los poliedros	
Clasificación de los poliedros	
Representaciones de los poliedros	

**Tabla 10**

*Procesos del aprendizaje estudiante 1 y 2*

Niveles de trayectoria																					
Estudiante 1																					
Indicador de nivel	Nivel 1							Nivel 2							Nivel 3						
	RDP	IDP	CDP	ADCP	CDP	CDP	RDP	RDP	IDP	CDP	ADCP	CDP	CDP	RDP	RDP	IDP	CDP	ADCP	CDP	CDP	RDP
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					

7																					
<b>Niveles de trayectoria</b>																					
<b>Estudiante 2</b>																					
<b>Indicador de Nivel</b>	<b>Nivel 1</b>							<b>Nivel 2</b>							<b>Nivel 3</b>						
<b>Actividad</b>	RDP	IDP	CDP	ADCP	CDP	CDP	RDP	RDP	CDP	IDP	ADCP	CDP	CDP	RDP	RDP	CDP	IDP	ADCP	CDP	CDP	RDP
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					

De lo anterior se evidencia por medio de las casillas los procesos de los estudiantes en diferentes escenarios. Diferenciando cada uno de ellos conceptos de cada estudiante en su elaboración y construcción del concepto de los poliedros regulares e irregulares y como esta es abordado en diferentes niveles de aprendizaje que los estudiantes sordos.

## 7. Resultados esperados

Se presentará los resultados establecidos obtenidos en los diferentes escenarios, la observación de los estudiantes y la comparación en su análisis en la investigación diseñada, mediante los objetivos diseñados en el modelo de las trayectorias, sustentado en el marco teórico y las categorías establecidas en su delineación metodológico. Cabe destacar que los resultados de esta investigación son evidenciados mediante el experimento de enseñanza, el diseño de la trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) se incorporó a los procesos de las necesidades educativas de la educación inclusiva, a estudiantes sordos, desde el pensamiento espacial en la ubicación y su representación de los cuerpos geométricos.

De acuerdo con las tareas dadas por medio de las trayectorias de aprendizaje se logró que los estudiantes sordos identificaran los poliedros regulares e irregulares vinculado directamente lenguaje de señas colombiana, Teniendo en cuenta sus diferentes grados de dificultad para ser entendido el concepto matemático de los poliedros.

Cabe destacar que los estudiantes sordos se lograron de forma clara y precisa se pudo evidenciar cada estudiante, por medio de las trayectorias se logró dar respuesta a las hipótesis planteado por el docente, así mismo se logró identificar por medio de las trayectorias hipotéticas del aprendizaje llegar a la meta mediante un camino y unas actividades a través de unos niveles de aprendizaje que se generó en el camino.

Por otra parte, se logró mediante las figuras de los polígonos regulares e irregulares de forma visual identificar y clasificar cada figura con el acompañamiento de la traductora construir cada poliedros regular e irregular.

Se desarrollo el concepto de los polígonos en la construcción de cuerpos geométricos, distancia, líneas, vértices, caras, ángulos, lados, aristas y formulas. No obstante, se tiene en

cuenta la caracterización de los estudiantes sordos de secundaria teniendo en cuenta las dificultades individuales de cada estudiante sordo con el acompañamiento de la traductora en lenguaje de señas en el hacer diario, se logró el aprendizaje en la construcción del concepto de los poliedros regulares e irregulares. De modo similar se determinó por medio del lenguaje de señas colombiana se construyó los cuerpos en 3D (poliedros regulares e irregulares) por medio de los materiales didácticos y las imágenes con el acompañamiento de la traductora se pudo determinar por medio de las tareas desarrollar el aprendizaje real, al mismo tiempo se evaluó cada estudiante mediante unas rejillas, logrando el aprendizaje significativo mediante la realización de las actividades de cada trayectoria y la tarea de cada uno y su nivel de aprendizaje.

## **8. Observación de la clase**

En el trabajo investigativo que se realizó en colegio en CASD en la ciudad de Armenia Quindío, en aulas de apoyo y regular, se realizó con dos estudiantes sordos del grado decimo, asimismo se encuentran acompañadas en algunos casos con interprete de señas (colombiana). Se evidencio que los estudiantes son carentes de concepto matemáticos por varias variables, una de ellas el no saber leer bien los párrafos o la citas que puedan tener en los textos matemáticos, de los textos que se no leen de recorrido como lo hacen los estudiantes oyentes debido a esto los estudiantes no logran realizar problemas matemáticos, por su falta en algunos casos no logran conocer conceptos, dado a estas circunstancias mencionadas en lo anterior se evidencio que la interprete no son profesionales en ninguna rama o estudios académicos como pregrados, posgrado o algunas técnicas o tecnologías. A demás son interprete de señas colombianas por su

aprendizaje empíricamente. Por otra parte, la información que se transmite por medio de la intérprete no se transmite de forma concreta y eficaz al estudiante sordo ya que el intérprete a veces no sabe con exactitud lo enseñado por el docente al estudiante sordo. Sin embargo, se evidenció que las estudiantes sordas tienen unos vacíos en la parte geométrica, en este caso los polígonos.

Cabe resaltar que los estudiantes son muy visuales y gracias a esto se observó que tienen destreza con las figuras geométricas y que mediante estas figuras hallaron de forma precisa las características de cada polígono y por ende la facilidad de la construcción de los poliedros. Por otra parte, la estudiante 1 y los estudiantes presentan un déficit de atención, así mismo es de orígenes de venezolano. Por ende, esto permite que no tengan la capacidad de aprendizaje. Sin embargo, cabe resaltar el interés y sus capacidades de visualizar las figuras de los polígonos y como esta puede lograr construir por medio de unos procesos en la construcción de cada uno de los cuerpos regulares e irregulares. No obstante, los aprendizajes de cada estudiante van dependiendo a su ritmo de trabajo que se desarrolla a través de la hipótesis que se presentan en el camino.

## 9. Conclusiones

En relación con el trabajo de investigación diseño una estrategia metodológica en un experimento de enseñanza bajo las teorías de una Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje con estudiantes sordos. Se identifica la participación en las tareas asignadas, mediante los polígonos la construcción de poliedros regulares e irregulares. De la misma forma desarrollaron sus tareas propuestas por docente en este caso la construcción de los poliedros mediante los materiales didácticos que se les entrego y poder desarrollar los procesos en la manipulación de las figuras planas para llegar a la construcción de los poliedros regulares e irregulares. A demás los estudiantes sordos realizaron actividades, que se logró evidenciar mediante los videos y evaluaciones lo aprendido en sus procesos y evidenciar los ritmos de aprendizaje.

Se identifica las trayectorias reales de aprendizaje restaurada a dos estudiantes sordos de secundaria debido a sus procesos de aprendizaje de cada uno teniendo en cuenta la similitud en las acciones de cada nivel en particular la clasificación y representación de los poliedros. La teoría desarrollada con los estudiantes se pudo lograr que se generó un aprendizaje exitoso, alcanzando las metas propuestas por la metodología aplicada, dando así una ruta establecida a los estudiantes, logrando los resultados puestos por los objetivos específicos, la metodología, las rutas del desarrollo de la construcción de la tarea para alcanzar la meta establecida que se originó al principio de la investigación , en la metodología puesta en la investigación para la formación del aprendizaje se debe evidenciar los pasos, meta, camino de aprendizaje y construcción de tareas, involucrando estudiante –interprete – maestro.



Por otra parte, esta investigación no enseña que debemos tomar conciencia como profesionales de la educación en como aprender este lenguaje, para así poder tener inclusión y participación en una mejor educación para todos, sin exclusión de unas minorías.

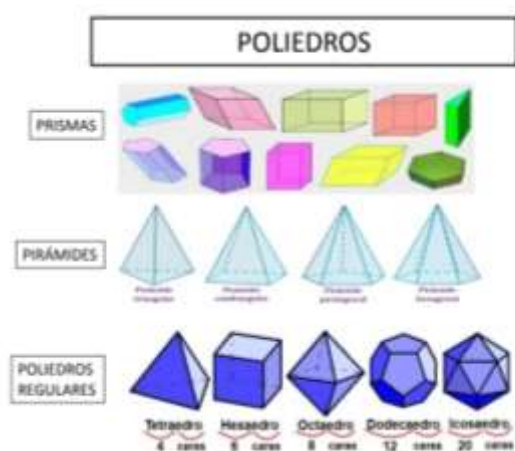
Es necesario aprender este lenguaje de señas, ya que esta nos brinda más oportunidades en la educación inclusiva. No obstante, el gobierno y el congreso han generado políticas públicas, pero aún falta apoyo del estado a las instituciones educativas privadas y públicas., Cabe destacar el lenguaje de señas está catalogado como una segunda lengua, el cual las personas oyentes pueden aprender este lenguaje para que pueda existir igualdad de oportunidades en albito de competencias laborales, cultural y social, ya que esto les permite a comunicarse con el mundo sin que sean discriminados. Por otro lado, las proyecciones del docente van enmarcada en el ejercicio de esta, en una formación de docente - estudiante y que esta sea por lo menos sea incluyente y participativa con los demás estudiantes en este caso los oyentes es una parte necesaria en la educación inclusiva ya que esta población sorda ha crecido en una forma continua, según la UNESCO para el 2050 uno de cada 10 van a tener problemas auditivos. Sin embargo, la población sorda tiene sus códigos permitiendo una relación más amena ya que este lenguaje tiene sus propios parámetros. No obstante, se debe generar conciencia que no solo los profesores de la ciencia de las matemáticas, si no las demás ciencias, que hayan personas que se interesen por estudiar este lenguaje, lograr un búsqueda y hallazgos de procesos en las metodologías pedagógicas en la enseñanza para estudiantes sordos, que se garantice una calidad del servicio educativo profesional mediante docentes idóneos que manejen el lenguaje de señas ya que este debe ser esencial para obtener una educación incluyente y participativa.

Cabe destacar que esta investigación logre hacer de ayuda para aquellos que desean participar e investigar referente a la inclusión ya que es de mucho aprendizaje poder conocer

unas de las más grandes y enriquecedora experiencia, por tal motivo permite identificar que falta mucho para aprender en la educación para sordos, y a medida que se obtenga un aprendizaje incluyente pueda brindar una educación participativa, con oportunidades laborales, educativos y social, que permita una inclusión para todos.

### Figura 36

#### *Poliedros*



Fuente: Franco, 2018

## Referencias

- Alcaldía Mayor de Bogotá (2007). *Decreto 470 por el cual se adopta la Política Pública de Discapacidad para el Distrito Capital*. <https://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=27092>
- Calderón, D. I. y León, C. O. (2007). *La ingeniería didáctica como metodología de investigación del discurso en el aula*. [https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado\\_ud/publicaciones/ingenieria\\_didactica\\_como\\_metodologia\\_investigacion\\_d\\_el\\_discurso\\_en\\_aula.pdf](https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/ingenieria_didactica_como_metodologia_investigacion_d_el_discurso_en_aula.pdf)
- Castro, D. C. y Prishker, N. (2019). *Atención y educación de la primera infancia para niños bilingües y el camino hacia el multilingüismo*. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9781119148104.ch8>
- Clements, J. S. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research Learning Trajectories for Young Children*. New York: Taylor & Francis e-Library.
- Clements, D. & Sarama, J. (2014). *Learning and Teaching Early Math The Trajectories Approach*. Third Avenue, Nueva York, NY 10017, EE. UU.
- Congreso de Colombia (1994). *Ley 115 por la cual se expide la ley general de educación*. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- Congreso de Colombia (1996). *Ley 324 por el cual se crean algunas normas a favor de la población sorda*. <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?>

i=349

Congreso de Colombia (1997). *Ley 361 Por la cual se establecen mecanismos de integración social de las personas con limitación y se dictan otras disposiciones*. <https://funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=343>

Congreso de Colombia (2005). *Ley 982, por la cual se establecen normas tendientes a la equiparación de oportunidades para las personas sordas y sordociegas y se dictan otras disposiciones*. <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=17283>

Davis, F. (2010). *La comunicación no verbal*. Alianza Edit.

Fernández, A. (2003). Educación Inclusiva " Enseñar y aprender entre la diversidad". *Digital UMBRAL 2000*, 10. <https://core.ac.uk/download/pdf/235860656.pdf>

Franco, H. (2018). *Aprendizaje de las medidas de de tendencias central de estudiantes con limitación al auditiva*. Armenia.

Godoy (2001) en \_\_\_\_\_, (2012) *Enseñar y aprender entre la diversidad*.

<https://titulacion2012.wordpress.com/category/educacion-inclusiva-como-respuesta-a-la-diversidad/la-educacion-inclusiva-como-herramienta-para-enfrentar-la-discriminacion/>

Gómez , P., y Lupiañez , J. L. (2018). *Trayectorias Hipotéticas de aprendizaje en la formación Inicial de profedores de secundaria* . <http://funes.uniandes.edu.co/393/1/GomezP07-2789.PDF>

Gravemeijer, K. y Eerde, D. V. (2009). *Design Research as a Means for Building a Knowledge Base for Teachers and Teaching in Mathematics Education*. *Elementary School Journal*, 109(5), 510-524. <https://www.journals.uchicago.edu/doi/epdf/10.1086/596999>

- Ibarra, D. (2020). *466 millones de personas en el mundo tienen una pérdida auditiva discapacitante*. <https://www.cambio16.com/466-millones-de-personas-en-el-mundo-tienen-una-perdida-auditiva-discapacitante/>
- INSOR . (2006). *Educación Bilingüe para sordos- Etapa escolar- Orientaciones pedagógicas*. Bogotá. D.C : 15 - 25.
- León, O. L., Díaz , C., y Guilombo , M. (2014). Diseños didácticos y trayectorias de aprendizaje de la geometría de estudiantes sordos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7 (2), 28. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274031870002>
- Lupiáñez, G. J. (2009). *Expectativas de Aprendizaje y Planificación Curricular en un Programa de Formación de Profesores de Matemáticas de Secundaria. Trabajo de tesis*. Granada. <http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupian%CC%83ezPublicada.pdf>
- Ministerio de Educación (2009). *Decreto 366 por medio del cual se reglamenta la organización del servicio de apoyo pedagógico para la atención de los estudiantes con discapacidad y con capacidades o con talentos excepcionales, en el marco de la educación inclusiva*. <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-182816.html>
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva (pp. 41-57)*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (2018). *Resolución 1085 Por la cual se reglamenta el proceso de reconocimiento de intérpretes oficiales de la Lengua de Señas Colombiana - español y se deroga la Resolución 5274 de 2017*. <http://www.insor.gov.co/home/wp-content/up>

loads/filebase/Resolucion\_10185\_2018\_men.pdf

- Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, C. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 2011, 29(1), 075–088
- Mora y Parraguez (2012) en Peña, G. R. y Aldana, B. E. (2014). El problema social y cultural de la población sorda en el aprendizaje de las matemáticas se minimiza. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. 2014, 7(2). <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274031870003>
- Naciones Unidas (1948). *Declaración Universal de los derechos humanos*. <https://www.un.org/es/about-us/universal-declaration-of-human-rights>
- O.M.S. (2019) En Ibarra, D. (2020). *466 millones de personas en el mundo tienen una pérdida auditiva discapacitante*. <https://www.cambio16.com/466-millones-de-personas-en-el-mundo-tienen-una-perdida-auditiva-discapacitante/>
- Organización Mundial de la Salud. (2011). *Informe Mundial sobre la Salud*. Ginebra 27, Suiza.
- Peña, G. R. y Aldana, B. E. (2014). El problema social y cultural de la población sorda en el aprendizaje de las matemáticas se minimiza. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. 2014, 7(2). <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274031870003>
- República de Colombia (1991). *Constitución Política de Colombia*. <https://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion-Politica-Colombia-1991.pdf>
- Salazar, D. M. Estrategias para la inclusión de estudiantes sordos en la educación superior latinoamericana. *Ratio Juris*, 13, (26), 2018, enero-junio, pp. 193-214 Universidad Autónoma Latinoamericana. <https://www.redalyc.org/jatsRepo/5857/585761565010/585761565010.pdf>

- Sarama, J., D., & Clements, D. (2003). *Inclusive education: achieving education for all by including those with*. Universidad de Pensilvania.
- Sarama, J., D., & Clements, D. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research Learning Trajectories for Young Children*. University at Buffalo, State University of New York.
- Simons, H. (2011). *Estudio de caso; teoria y practica*. <https://books.google.es/books?>
- Socas (1997) en Lupiáñez, G. J. (2009). *Expectativas de Aprendizaje y Planificación Curricular en un Programa de Formación de Profesores de Matemáticas de Secundaria. Trabajo de tesis*. Granada. <http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupian%CC%83ezPublicada.pdf>
- Unesco. (2005). *Declaración universal de la Unesco sobre la diversidad cultural*. <https://eduteka.icesi.edu.co/articulos/UnescoDiversidadCultural>
- Unesco (1990). *Declaración Mundial sobre educación para todos y marco de acción para satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje*. [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000127583\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000127583_spa)
- Unesco. (2015). *Objetivos de Desarrollo Sostenible*. <https://biblioguias.uva.es/reinasofia/ods>
- Unicef (2019). *Niños, niñas y adolescentes con discapacidad*. <https://www.unicef.org/lac/ninos-ninas-y-adolescentes-con-discapacidad>

### Anexo

Para esta investigación se realiza un seguimiento para cada estudiante 1 y 2. Por su parte se tiene el primer análisis en la revisión y desempeño de las hipótesis. Segundo el análisis mediante las trayectorias real de cada estudiante sordo en la orientación en los tres niveles, de igual forma por medio de los videos de la estudiante 1 y 2 se evidencia lo aprendido de la construcción en el concepto de los poliedros regulares e irregulares.

Video de la estudiante 1

<https://youtu.be/kuSEvwhg6Lg>

<https://youtube.com/shorts/HzbBzIkVbPQ?feature=share>

Video de la estudiante 2

<https://youtu.be/-Pdun7J8H4w>

<https://youtu.be/X-h6zhtDQIw>



UNIVERSIDAD  
DEL QUINDÍO

2021-IO3374

11605

Armenia, 10 de noviembre de 2021

Señora  
**ADELA MOGOLLÓN CANDIA**  
Rectora  
Institución Educativa CASD  
Armenia, Quindío

Asunto: Solicitud autorización para la aplicación de una prueba diagnóstica

Cordial saludo,

Amablemente, me permito solicitar su autorización para que el estudiante del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Quindío **JUAN CARLOS CARDONA GUERRERO** identificado con cédula 70813463, pueda realizar una prueba diagnóstica a estudiantes de su institución.

Dicho diagnóstico hace parte del trabajo de grado titulado "**Trayectorias Hipotéticas De Aprendizaje en la construcción de los conceptos elementales de los poliedros regulares e irregulares para estudiantes sordos de educación básica secundaria**".

Muchas gracias por su colaboración,

Hernan Dario Toro Zapata  
Director Programa Licenciatura en Matematicas

Anexos: No aplica

Copias: No aplica

Por una Universidad  
**PERTINENTE CREATIVA INTEGRADORA**  
Carrera 15 Calle 12 Norte Tel.: +57 (0) 7260300 Armenia - Quindío - Colombia

[www.uniquindio.edu.co](http://www.uniquindio.edu.co)

Armenia, 24 de Mayo de 2022

Señores  
PADRES DE FAMILIA  
Institución Educativa CASD  
Armenia

Cordial saludo.

Por medio de la presente me permito solicitar su autorización y consentimiento para la participación de su hijo en el proyecto de investigación "**Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la construcción de conceptos elementales de poliedros regulares e irregulares para estudiantes sordos de educación básica secundaria**", a cargo del Grupo educación y de la línea de Investigación en matemáticas, avalado institucionalmente y acreditada de alta calidad.

**Dicho proyecto cuenta con las siguientes características:**

**Objetivo:**

**Identificar las trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la construcción de conceptos elementales de poliedros regulares e irregulares para estudiantes sordos de educación básica secundaria.**

**Responsables:**

Juan Carlos Cardona Guerrero y Jackeline Cupitra Gómez, docentes de la Universidad Del Quindío de Colombia e investigadores del proyecto.

**Procedimiento:** Previa autorización de la institución y consentimiento informado por parte de los padres y el (la) adolescente, debidamente firmado, se procederá a aplicar los siguientes instrumentos de manera anónima en la universidad del Quindío, cuya contestación dura aproximadamente 10 horas, que son repartidas en dos semanas.

revelar su nombre o datos de identificación. Se mantendrán los cuestionarios y en general cualquier registro en un sitio seguro. En bases de datos, todos los participantes serán identificados por un código que será usado para referirse a cada uno. Así se guardará el secreto profesional de acuerdo con lo establecido en la Ley 1090 de 2006, que rige el ejercicio de la profesión de psicología en Colombia. Así mismo, declaramos que fuimos informados suficientemente y comprendemos que tenemos derecho a recibir respuesta sobre cualquier inquietud que mi hijo(a) o nosotros tengamos sobre dicha investigación, antes, durante y después de su ejecución; que mi hijo(a) y nosotros tenemos el derecho de solicitar los resultados de los cuestionarios y pruebas que conteste durante la misma. Considerando que los derechos que mi hijo(a) tiene en calidad de participante de dicho estudio, a los cuales hemos hecho alusión

previamente, constituyen compromisos del equipo de investigación responsable del mismo, nos permitimos informar que consentimos, de forma libre y espontánea, la participación de nuestro hijo(a) en el mismo.

Este consentimiento no inhibe el derecho que tiene mi hijo(a) de ser informado(a) suficientemente y comprender los puntos mencionados previamente y a ofrecer su asentimiento informado para participar en el estudio de manera libre y espontánea, por lo que entiendo que mi firma en este formato no obliga su participación.

En constancia de lo anterior, firmamos el presente documento, en la ciudad de \_\_\_\_\_, el día \_\_\_\_\_, del mes \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

Firma *Yany Fabiola Quintanilla Melina*  
 Nombre *Yany Fabiola Quintanilla Melina*  
 C. C. No. *21465837* de *Buenos Aires Antioquia Antioquia*

Firma: \_\_\_\_\_  
 Nombre \_\_\_\_\_  
 C. C. No. \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

**Juan Carlos Cardona Guerrero**  
 Líder de la Línea de Investigación en  
 Educación matemáticas  
 Miembro del Grupo Investigación  
 Docente Facultad de Educación  
 Universidad Del Quindío  
 Teléfono 7359300 – 31486002651-3137720657  
 Correo electrónico: jccardonag@uqvirtual.edu.co.