

## **Aprendizaje de las medidas de tendencia central en estudiantes de educación básica, mediante el Enfoque Ontosemiótico.**

Jenny Paola Ramírez Cómbita  
Carolina Ramírez Lozano

**PERTINENTE CREATIVA INTEGRADORA**

 @uniquindio  uniquindioconectada  uniquindioconectada

[www.uniquindio.edu.co](http://www.uniquindio.edu.co)

# Aprendizaje de las medidas de tendencia central en estudiantes de educación básica, mediante el Enfoque Ontosemiótico.

Jenny Paola Ramírez Combita  
Carolina Ramírez Lozano

Director(a):

**Mgtr. Francisco Antonio Gutiérrez Cardona**

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al título de:

**Licenciado en Matemáticas**

Área de Profundización: Educación matemática  
Trabajo de grado bajo la modalidad de; Trabajo de investigación  
Grupo de Investigación: GEMAUQ

Universidad del Quindío  
Facultad de Educación, Programa de Licenciatura en Matemáticas  
Armenia, Colombia  
Año 2023

## DEDICATORIA

A Dios, por permitirme obtener tan importante logro en mi vida y tan maravillosa experiencia.

A mis padres Elena Cómbita y Julián Ramírez, quienes me brindaron todo su amor, apoyo incondicional y por tan excepcional ejemplo, a Segundo Cómbita, mi más grande ángel que desde el cielo me acompaña, me cuida y me guía en todo momento, a mi hermanito, quien me motiva a salir adelante y me impulsa a ser mejor cada día; finalmente, a mis demás familiares, por siempre darme la motivación necesaria para no desfallecer, por creer en mí y darme esa seguridad en todo este proceso.

Jenny P.

A Dios, por guiarme en todo este camino de formación, por la oportunidad de poder vivir este maravilloso proceso y por brindarme la sabiduría para culminar este gran logro.

A mi familia, principalmente a mi padre, Aldemar Ramírez Carmona, quien me inspira a ser cada día mejor y esforzarme por mis sueños, quien me enseña cada día a creer y que nada de lo que soñamos es imposible; a mi madre, por siempre apoyarme y creer en mí; a mis hermanos y mis abuelos, por siempre estar y por apoyarme en cada paso que doy.

Carolina.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos en primer lugar a Dios, por guiarnos y concedernos la oportunidad de compartir esta experiencia y seguir adelante juntas.

A nuestro director de tesis, el Mgtr. Francisco A. Gutiérrez Cardona, por concedernos la posibilidad de compartir con él, por brindarnos aquellos conocimientos y experiencias que nos enriquecieron en el ámbito personal y profesional, adicionalmente, por guiarnos y acompañarnos en cada etapa del trabajo, por la motivación y la dedicación.

A nuestras familias, por brindarnos un apoyo incondicional en todo este proceso, por darnos la motivación necesaria para alcanzar cada meta propuesta y poder terminar este trabajo de grado.

A la Universidad del Quindío, por darnos el espacio y la oportunidad de formarnos profesionalmente como Licenciadas en Matemáticas.

Al grupo de Investigación GEMAUQ y el semillero de Investigación en Educación Matemática SIEM, por proporcionarnos los conocimientos y pautas necesarias para elaborar a cabalidad nuestro proyecto de investigación.

A la Institución Educativa Simón Bolívar (Quimbaya – Quindío), especialmente a los directivos y estudiantes del grado sexto, por permitirnos realizar el trabajo de campo para la elaboración de este proyecto.

A nuestro profesor Heiller Gutiérrez Zuluaga, Por compartir con nosotras sus conocimientos, sus consejos y por formarnos para desempeñar esta excelente profesión.

A nuestros amigos, por acompañarnos en este proceso, por cada una de las experiencias vividas las cuales nos ayudaron a crecer y permanecer juntos en esta formación.

## RESUMEN

Esta investigación se encuentra bajo el estudio matemático de las medidas de tendencia central. El propósito de esta investigación es reconocer cuáles son las dificultades que tienen los estudiantes de educación básica, en este caso enfocado al grado sexto, con respecto al aprendizaje de las medidas de centralización, mediante el enfoque Ontosemiótico y la aplicación de tareas contextualizadas.

Inicialmente, se identificaron las dificultades o errores en el aprendizaje de las medidas de centralización presentes en los estudiantes de grado sexto, una vez identificadas dichas dificultades y/o errores, se elaboraron diferentes tareas contextualizadas por medio de la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS), las cuales permitieron mediante su desarrollo una mejor comprensión del concepto del objeto matemático.

La metodología de esta investigación se llevó a cabo mediante un test preliminar, con el cual se buscaba establecer los niveles de comprensión y conocimientos previos en los estudiantes referente a las medidas de centralización y su respectiva aplicación. Luego, se desarrolló la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS), que sirvió de orientación, para que los estudiantes puedan diseñar y elaborar nuevas situaciones. Posteriormente, se elaboraron situaciones y tareas contextualizadas que permitieron fortalecer su aplicación, el uso concerniente y el significado de las medidas de centralización. No obstante, con las aplicaciones anteriores, se realizó un test final, en el cual se determinó las dificultades y errores persistentes en los estudiantes. Por último, se realizó el análisis de los resultados y las conclusiones de la investigación.

*Palabras Clave:* medidas de tendencia central, Enfoque Ontosemiótico, estudiantes, GROS, aprendizaje, tareas contextualizadas, errores, dificultades.

## ABSTRACT

This research is about a mathematical study of measures of central tendency. The purpose of this research is to recognize the difficulties that students from basic education have, in this case we focused on the sixth grade, with respect to learning centralization measures, through the Ontosemiotic approach and the application of contextualized tasks.

Initially, it was intended to identify the difficulties or errors in the learning of the centralization measures present in the sixth grade students, once these difficulties and/or errors were identified, different contextualized tasks were elaborated through the object and meaning recognition guide. Its initials in Spanish (GROS), which allowed through its development a better understanding of the concept of the mathematical object.

The methodology of this research was carried out through a preliminary test, with which it was sought to establish the levels of understanding and previous knowledge in the students regarding the centralization measures and their respective application. Then, the object and meaning recognition guide (GROS) was developed, which served as an orientation, so that students can design and elaborate new situations. Subsequently, contextualized situations and tasks were elaborated that allowed to strengthen its application, the use concerned and the meaning of the centralization measures. However, with the previous applications, a final test was carried out, in which the difficulties and persistent errors in the students were determined. Finally, the analysis of the results and the conclusions of the investigation were carried out.

*Keywords:* measures of central tendency, Ontosemiotic Approach, students, GROS, learning, contextualized tasks, mistakes, difficulties.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>11</b>
<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....</b>	<b>12</b>
<b>FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....</b>	<b>13</b>
<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>14</b>
<b>JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>15</b>
<b>CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>17</b>
<b>1.1 Antecedentes.....</b>	<b>17</b>
<b>CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>22</b>
<b>2.1 Idoneidad didáctica.....</b>	<b>22</b>
<b>2.1.1 Idoneidad epistémica .....</b>	<b>23</b>
<b>2.1.2 Idoneidad cognitiva .....</b>	<b>23</b>
<b>2.1.3 Idoneidad interaccional.....</b>	<b>23</b>
<b>2.1.4 Idoneidad afectiva .....</b>	<b>23</b>
<b>2.1.5 Idoneidad ecológica .....</b>	<b>24</b>
<b>2.2 Significado .....</b>	<b>25</b>
<b>2.3 Marco conceptual.....</b>	<b>25</b>
<b>2.3.1 Estadística.....</b>	<b>25</b>
<b>2.3.2 Variable aleatoria .....</b>	<b>26</b>
<b>2.3.2.1 Tipos de variables.....</b>	<b>26</b>
<b>2.3.3 Tabla de frecuencia no agrupada.....</b>	<b>27</b>
<b>2.3.4 Matriz de datos .....</b>	<b>27</b>
<b>2.3.5 Medidas de tendencia central.....</b>	<b>27</b>
<b>2.3.6 Media aritmética o promedio (X).....</b>	<b>28</b>
<b>2.3.7 Mediana (Me) .....</b>	<b>29</b>
<b>2.3.8 Moda (Mo).....</b>	<b>30</b>
<b>2.3.9 Dificultad y error.....</b>	<b>30</b>
<b>2.4 Marco legal.....</b>	<b>31</b>
<b>CAPÍTULO III. METODOLOGÍA .....</b>	<b>34</b>
<b>3.1 Diseño de la investigación .....</b>	<b>35</b>
<b>3.2 Población de estudio.....</b>	<b>35</b>
<b>3.3 Técnicas e instrumentos de recolección de la información.....</b>	<b>36</b>

3.4 Fases de la investigación.....	36
<b>CAPÍTULO IV. RESULTADOS.....</b>	<b>39</b>
4.1 Análisis e interpretación del test preliminar .....	39
4.1.1 Análisis y discusiones.....	46
4.1.2 Evidencias durante el trabajo de campo (fase análisis preliminar) .....	48
4.2 Implementación de La GROS.....	55
4.3 Diseño e implementación de tareas contextualizadas.....	58
4.4 Análisis e interpretación del test final.....	63
4.4.1 Análisis y discusiones.....	73
4.4.2 Evidencias durante el trabajo de campo (fase test final) .....	74
4.5 Codificación y categorización de las dificultades y errores encontrados .....	86
4.5.1 Análisis y discusiones.....	91
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>94</b>
<b>PROYECCIONES .....</b>	<b>97</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>98</b>
Anexo 1. Test Preliminar .....	98
Anexo 2. La Gros .....	100
Anexo 3. Tareas contextualizadas .....	101
Anexo 4. Test final .....	102
Anexo 5. Fotos trabajo de campo .....	105
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>106</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Resultados Tarea 1 .....	40
<b>Tabla 2.</b> Resultados Tarea 2 Ítem 1 .....	41
<b>Tabla 3.</b> Resultados Tarea 2 Ítem 2 .....	41
<b>Tabla 4.</b> Resultados Tarea 3 .....	42
<b>Tabla 5.</b> Resultados Generales del Test Preliminar .....	43
<b>Tabla 6.</b> Dificultades encontradas en el aprendizaje de las MTC.....	45
<b>Tabla 7.</b> Errores encontrados en el aprendizaje de las MTC.....	46
<b>Tabla 8.</b> Guía para el reconocimiento de objetos y significados .....	56
<b>Tabla 9.</b> Resultados Tarea 1 .....	63
<b>Tabla 10.</b> Resultados Tarea 2 .....	65
<b>Tabla 11.</b> Resultados Tarea 3 .....	66
<b>Tabla 12.</b> Resultados Tarea 4 Ítem 1 .....	67
<b>Tabla 13.</b> Resultados Tarea 4 Ítem 2 .....	67
<b>Tabla 14.</b> Resultados Tarea 5 .....	68
<b>Tabla 15.</b> Resultados Generales del Test Final .....	69
<b>Tabla 16.</b> Dificultades encontradas en el aprendizaje de las MTC.....	71
<b>Tabla 17.</b> Errores encontrados en el aprendizaje de las MTC .....	72
<b>Tabla 18.</b> Codificación. Dificultades y Errores encontrados .....	86
<b>Tabla 19.</b> Componentes e Indicadores de Idoneidad Epistémica .....	87
<b>Tabla 20.</b> Componentes e Indicadores de Idoneidad Cognitiva .....	88
<b>Tabla 21.</b> Categorización. Dificultades y Errores .....	89

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Componentes y criterios básicos de idoneidad didáctica .....	24
<b>Figura 2.</b> Metodología. Trabajo de investigación.....	38
<b>Figura 3.</b> Resultados Generales. Test preliminar .....	44
<b>Figura 4.</b> Resultados Generales. Test Final .....	70
<b>Figura 5.</b> Resultados. Test Preliminar - Test Final .....	93

## ÍNDICE DE IMÁGENES

<b>Imagen 1.</b> Respuesta 1 Test Preliminar: Tarea 1 .....	48
<b>Imagen 2.</b> Respuesta 2 Test Preliminar: Tarea 1 .....	49
<b>Imagen 3.</b> Respuesta 3 Test Preliminar: Tarea 1 .....	49
<b>Imagen 4.</b> Respuesta 4 Test Preliminar: Tarea 1 .....	50
<b>Imagen 5.</b> Respuesta 1 Test Preliminar: Tarea 2 Ítem 1 .....	51
<b>Imagen 6.</b> Respuesta 2 Test Preliminar: Tarea 2 Ítem 1 .....	52
<b>Imagen 7.</b> Respuesta 1 Test Preliminar: Tarea 2 ítem 2 .....	53
<b>Imagen 8.</b> Respuesta 2 Test Preliminar: Tarea 2 Ítem 2 .....	53
<b>Imagen 9.</b> Respuesta 1 y 2 Test Preliminar: Tarea 3 .....	54
<b>Imagen 10.</b> Respuesta 3 y 4 Test Preliminar: Tarea 3 .....	54
<b>Imagen 11.</b> Respuesta 1 Tarea Contextualizada 1 .....	59
<b>Imagen 12.</b> Respuesta 2 Tarea Contextualizada 1 .....	60
<b>Imagen 13.</b> Respuesta 3 Tarea Contextualizada 1 .....	60
<b>Imagen 14.</b> Respuesta 2 Tarea Contextualizada 2 .....	61
<b>Imagen 15.</b> Respuesta 3 Tarea Contextualizada 2 .....	62
<b>Imagen 16.</b> Respuestas 1 y 2 Test Final: Apartado 1 .....	75
<b>Imagen 17.</b> Respuesta 3 Test Final: Apartado 1 .....	76
<b>Imagen 18.</b> Respuesta 4 Test Final: Apartado 1 .....	76
<b>Imagen 19.</b> Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 2 .....	77
<b>Imagen 20.</b> Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 2 .....	78
<b>Imagen 21.</b> Respuesta 3 Test Final: Tarea contextualizada 2 .....	78
<b>Imagen 22.</b> Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 3 .....	80
<b>Imagen 23.</b> Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 3 .....	80
<b>Imagen 24.</b> Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 4 Ítem 1 .....	81
<b>Imagen 25.</b> Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 4 Ítem 1 .....	82
<b>Imagen 26.</b> Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 4 Ítem 2 .....	83
<b>Imagen 27.</b> Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 4 Ítem 2 .....	83
<b>Imagen 28.</b> Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 5 .....	84
<b>Imagen 29.</b> Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 5 .....	85

## INTRODUCCIÓN

Esta investigación está basada en un corte cualitativo, situado bajo la investigación de Bisquerra (2004) titulada Metodología de la Investigación Educativa; debido a que cuenta con apartados que se llevan a cabo en esta investigación, incluyendo un diseño metodológico de estudio de casos mediante situaciones en contexto.

Por tanto, este estudio se divide en cuatro capítulos donde encontraremos, el estado del arte, el marco teórico, la metodología y los resultados basado en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) planteado por los autores Godino, Font y Batanero (2009), acerca de las medidas de centralización.

Este estudio es de tipo descriptivo, donde se establecen preguntas y/o tareas que permiten analizar una serie de datos y características de una población, en este caso relacionado a las medidas de tendencia central. De este modo, esta investigación tiene como propósito fortalecer el aprendizaje de las medidas de tendencia central, mediante la aprehensión de dicho concepto u objeto matemático en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar del municipio de Quimbaya (Quindío), proporcionando un mejor uso para el análisis significativo de datos bajo el Enfoque Ontosemiótico, puesto que este muestra gran utilidad en el análisis de los conocimientos matemáticos; Adicionalmente, con esta investigación se busca que los estudiantes potencialicen los conocimientos establecidos a partir de una buena lectura e interpretación de los datos recolectados de situaciones específicas y ambientes reales que aporten un gran significado. En tal estudio se tiene como objeto matemático las medidas de centralización, ya que son de gran importancia, en vista de que proporcionan un valor representativo en un conjunto de datos, donde los estudiantes pueden llegar a analizar el tipo de variabilidad y la tendencia que posee alguna información; a partir de allí, se puede establecer e idear soluciones a diferentes situaciones que se presentan en el diario vivir.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el campo educativo se puede observar las diferentes dificultades presentadas en relación a la toma de decisiones, por tanto, es necesario implementar las herramientas adecuadas para el respectivo análisis de los diversos temas que involucran conjuntos de datos que pueden perjudicar o beneficiar lo que sucede en nuestro entorno y como tal en la sociedad.

De acuerdo a la experiencia vivida como estudiante, se evidencia que los estudiantes presentan ciertas dificultades en la comprensión y aprendizaje de las medidas de tendencia central, se puede decir que hay una confusión de los conceptos. Además, los estudiantes de educación básica realizan de forma errónea algunos procedimientos y cálculos que son necesarios para determinar alguna medida de centralización; se presenta el conflicto en cuanto a la ausencia de saberes vistos con anterioridad y que son indispensables para obtener un resultado correcto. Debido a esto, no logran interpretar de manera asertiva para qué sirven las medidas de tendencia central y en qué contextos son utilizadas, algo que realmente afecta el aprendizaje y origina a que no se creen nuevos conocimientos en el campo de la estadística desde edades tempranas en los estudiantes, adicionalmente, se logra percibir una problemática que afecta el apropiamiento de los nuevos conocimientos. En la investigación de Dios, Gabriela & Guadalupe (2019) descubren un aspecto relevante en la obtención de alguna medida, en la cual se cita “los estudiantes saben obtener las medidas de tendencia central de manera mecánica, pero no le dan un significado o no interpretan el dato que obtuvieron del algoritmo” esto proporciona desinterés y los estudiantes ven innecesaria la utilidad que proporcionan a la hora de argumentar dicho valor encontrado.

Teniendo en cuenta, los resultados de las pruebas saber de 3, 5 y 9 grado del año 2017, se puede observar las deficiencias que existen en los estudiantes en el área de matemáticas; debido a que en esta prueba está inmerso el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos (estadísticos), reflejando así, que la estadística contiene algunos elementos que son comunes en la matemática y que de alguna manera favorecen la comprensión de otros conceptos relacionados con la variabilidad; los resultados de esta prueba manifiestan en general un promedio bajo, debido a la desacertada interpretación de datos, a la baja comprensión de las medidas de tendencia central y a las conclusiones extraídas. Sin embargo, en años anteriores se logró un desempeño más alto, por

ende, es preciso investigar acerca de este objeto matemático (Resultados nacionales saber 3°, 5° y 9° (2012-2017)).

A propósito de estos errores, un autor interesado que ha logrado que la estadística tenga grandes avances es Carmen Batanero, ya que afirma mediante sus investigaciones y aportes que los estudiantes de educación básica secundaria reflejan dificultades en el aprendizaje de estas medidas de tendencia central.

Además, una investigación destacada es la de Leal (2013) de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador de Caracas, en su artículo “Diseño de estrategias creativas para la enseñanza de las medidas de tendencia central” donde acentúa que, memorizar unas fórmulas para obtener un resultado no es lo que en sí importa, ya que se deja de lado toda la interpretación de datos, es decir, se presenta una alta dificultad a la hora de leer los datos en una tabla o en gráficos y lo que realmente significan dichos resultados, es decir se pierde el por qué se sacaron dichos valores.

Por otra parte, Godino (2019) y Batanero (2013) en sus investigaciones analizan las diferentes variables que permiten la comprensión de conceptos estadísticos. Estos autores están realmente interesados por la enseñanza y aprendizaje de la estadística en la escuela, debido a que han conseguido que la estadística tenga un progreso realmente significativo.

## FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Según lo expuesto anteriormente, esta investigación busca el modo de dar respuesta de una manera estructurada y óptima al siguiente interrogante:

¿Cómo el Enfoque Ontosemiótico permite el aprendizaje de las medidas de tendencia central en los estudiantes de nivel de escolaridad básica, mediante la aplicación de tareas contextualizadas?

## OBJETIVOS

### General

Fortalecer el aprendizaje de las medidas de tendencia central mediante la aplicación de tareas contextualizadas en los estudiantes de grado sexto, bajo un Enfoque Ontosemiótico.

### Específicos

- Identificar las dificultades que presentan los estudiantes, mediante un análisis preliminar logrando determinar el nivel de comprensión de dicho concepto.
- Elaborar diferentes tareas que permitan desarrollar el aprendizaje de las medidas de tendencia central (MTC) en un contexto más cotidiano.
- Fortalecer el aprendizaje de las MTC por medio de la implementación de la GROS.
- Realizar un análisis desde la idoneidad epistémica y cognitiva a partir de los resultados alcanzados por los estudiantes posterior a la aplicación de la propuesta de aprendizaje.

## JUSTIFICACIÓN

Esta investigación pretende alcanzar en los estudiantes de básica secundaria del grado sexto, una comprensión más asertiva y clara de los conceptos sobre las medidas de tendencia central, llevándolas a un contexto más cotidiano, para así poder obtener la comprensión que se espera en los estudiantes y que realmente adquieran el aprendizaje de estas.

Por medio de nuestro estudio, basado en los resultados de las tareas realizadas por los estudiantes en las diferentes intervenciones, se dio a conocer las diferentes dificultades que tienen con respecto al aprendizaje de las medidas de tendencia central y cuáles son los obstáculos principales que llevan a que los estudiantes no comprendan dichos conceptos.

Sin embargo, podemos decir, que uno de los obstáculos es la falta de interés, particularmente en algunos docentes y/o instituciones, ya que en ciertos casos se nota que carecen de conocimiento o no están capacitados para dictar dicha materia, puesto que en muchos escenarios se ha visto que los profesores que dan matemáticas en las instituciones educativas, y en especial en los grados inferiores a secundaria, no son licenciados en esta disciplina o no están relacionados con ello.

Según Alveal, F. E. R., Fuentes, A. C. M., & Rubilar, P. R. S. (2016), es notable e importante saber si los docentes conocen o dominan todo aquello que enseñan, en este caso si disponen de las habilidades para representar e interpretar las MTC, puesto que la enseñanza no es solo calcular, sino que enseñar las habilidades para comprender la información y la lectura de los datos tanto los presentados como los obtenidos por medio de la utilización de alguna medida de centralización.

Así mismo, en la investigación realizada por Estrada (2002), señala que la estadística es una materia de gran utilidad en varios aspectos; puesto que posee una presencia evidente y es necesaria en la enseñanza-aprendizaje, sin embargo, frecuentemente se descuida; ocasionando que los docentes adopten una actitud desagradable hacia la enseñanza de la misma, donde el interés se ve influenciado y encaminado hacia otros objetos matemáticos, percibiendo todos los temas

desplegados de la estadística, en este caso las medidas de tendencia central como un contenido complejo e incluso difícil de entender e interpretar.

En otra investigación realizada por Aymemí, J. M. F. (2002), señala como punto importante las actitudes de los profesores hacia dicha materia, debido a que, si estas no son adecuadas, incluso cuando los docentes tengan los conocimientos suficientes, no se llevará a cabo un proceso de enseñanza aprendizaje efectivo.

Dentro de todo esto también se presenta la ausencia de dichos temas en el bachillerato, puesto que en la mayoría de los casos son muy superficiales, perjudicando drásticamente la interpretación que conlleva; incluso en los derechos básicos de aprendizaje (DBA) y en los estándares básicos de competencia matemática, se dice que es pertinente conocer los diferentes procesos que permiten el desarrollo del pensamiento estadístico, ya que estos logran que los estudiantes puedan interpretar, leer y producir información obtenida con alguna situación de la realidad.

El solo hecho de que la estadística sea una disciplina metodológica, hace que sea indispensable entender todo lo que esta proporciona; la falta de este aprendizaje hace que los estudiantes queden con inseguridad y duda en las soluciones de dichas problemáticas, no basta con solo saberse las fórmulas, lo ideal es que los estudiantes dominen tanto los conceptos como los procedimientos y extraigan la mayor información posible con el fin de predecir lo que va a pasar con más seguridad, en cuanto a las medidas de centralización, sería en todo lo que conlleva a la toma de decisiones, riesgos o incertidumbres de situaciones problemas y demás.

## CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE

Seguidamente, hablaremos un poco de algunas investigaciones relacionadas con el aprendizaje de las medidas de tendencia central, la forma en cómo se abordan e implementan dichos conceptos en los estudiantes; cabe resaltar que son escasas las investigaciones en primaria sobre el aprendizaje y la comprensión de dichas medidas de centralización.

### 1.1 Antecedentes

#### Investigaciones sobre el aprendizaje de las medidas de centralización

Batanero (2000) en su investigación *“significado y comprensión de las medidas de posición central”* describe los diseños curriculares en la enseñanza de la estadística en primaria y secundaria, evidenciando la complejidad que tienen los conceptos estadísticos primordiales; para así proporcionar una planificación metódica de estos. Con este estudio se logró evidenciar que cualquier concepto estadístico sin importar que tan simple parezca sostiene un significado complejo y por ende necesita de un buen tiempo en el proceso educativo.

Cobo y Batanero (2004) en su trabajo *titulado “significado de la media en los libros de texto de secundaria”* presentan un estudio con respecto al significado de la media en una muestra de 22 libros, donde se analizan los problemas, algoritmos de cálculo, definiciones, propiedades y de más. Llegando a la conclusión de que existe gran variedad de significados para un mismo concepto en dichos libros y evidenciando que algunos de estos carecen de elementos para lograr un aprendizaje más significativo en los estudiantes, debido a que muchos impiden llegar a la respectiva solución, convirtiéndose en algo inaccesible y el uso inadecuado de simbolización, entre otras.

Mayén, Díaz & Batanero (2009) en su investigación *“conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana”* analizan las respuestas de 518 estudiantes de educación secundaria y bachillerato en cuanto a un problema específico del cálculo de la mediana. En dicho estudio emplean las ideas del Enfoque Ontosemiótico con el fin de clasificar las respuestas que dieron los estudiantes con respecto a lo que utilizaron y así detallar los conflictos detectados, los resultados

obtenidos reflejaron la presencia de los conflictos de los estudiantes en cuanto a la elección de Medida de Tendencia Central, es decir se logró evidenciar la confusión de los términos y su respectiva representación.

Grados y Ponce (2010) realizaron una investigación sobre “*aplicación de guías de práctica para el aprendizaje de las medidas de posición en alumnos del sexto grado*”, su objetivo principal fue determinar la influencia que tienen las guías en el aprendizaje; en la cual se logró ver la influencia positiva que estas tienen en el proceso de enseñanza aprendizaje de dicho objeto matemático.

Leal (2013) en su investigación titulada “*diseño de estrategias creativas para la enseñanza de las medidas de tendencia central*” describe por medio de un diagnóstico que fue aplicado a un grupo de docentes del área de matemáticas cuáles son las estrategias que utilizan a la hora de transmitir todo lo relacionado con las medidas de tendencia central. Los resultados de este estudio permitieron generar unas estrategias creativas y enriquecedoras para la enseñanza de las mismas aplicándolas a unos estudiantes seleccionados.

Perdomo Ijaji, (2016) en su investigación titulada “*Medidas de tendencia central y su uso en contexto. Estudio de caso: IE las Brisas - el Patía (Cauca)*” plantea diversas actividades para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la media aritmética, mediana y moda, dichas actividades se plantean bajo el entorno de los estudiantes, permitiendo así que por medio de distintas guías didácticas los estudiantes adquieran un aprendizaje más significativo en los diferentes aspectos que les causa interés y motivación, incluyendo dentro de estas el fortalecimiento de varios valores y un mayor énfasis en los conceptos establecidos.

Londoño (2017) en su trabajo de investigación sobre “*comprensión de las medidas de tendencia central en los niños de grado tercero, cuarto y quinto, utilizando como estrategia el censo en la escuela*” utiliza el censo como estrategia para motivar tanto el aprendizaje como la comprensión de los conceptos estadísticos; en este caso lo que hace referencia a la media, mediana

y moda en los estudiantes; esta estrategia da paso a que los estudiantes logren leer y comprender las tablas, gráficos y demás que permiten entender situaciones reales del mundo y de su entorno.

Mejía y Berdugo (2018) en su investigación titulada *“Fortalecimiento del Concepto de Medidas de Tendencia Central a través del proceso de resolución de problemas en estudiantes de séptimo grado de básica secundaria”* basada en el aprendizaje significativo a partir de la resolución de problemas, plantean un proyecto apoyado en el ambiente de salud para que los estudiantes puedan aprender los conceptos básicos de la estadística descriptiva por medio de una serie de secuencias didácticas. Esta investigación permitió evidenciar mejoras en el manejo de dichos conceptos y ver cómo a partir de prácticas se generó curiosidad por parte de los estudiantes debido al tema desarrollado.

Núñez (2019) en su trabajo de investigación *“Análisis del conocimiento de las medidas de tendencia central que emplean los niños de quinto grado”* describe las cualidades y conocimientos de los estudiantes al identificar las medidas de centralización a saber, además involucra la percepción del docente frente a la enseñanza de la estadística, los resultados obtenidos en este estudio reflejan que la mayoría de los estudiantes identifican y participan de manera correcta en las situaciones planteadas.

### **Investigaciones sobre las dificultades presentadas en el campo de la estadística**

Godino y Batanero (1994) realizaron una investigación sobre *“errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales”*, la cual se refiere a que la mayoría de los docentes no logran percibir los errores que presentan los estudiantes, por tanto, esta describe el nivel de dificultad y los obstáculos que presentan ellos en cuanto a los conceptos elementales, las representaciones gráficas y características estadísticas; en especial la media, etc. Su objetivo principal es colaborar y contribuir a demás estudios relacionados con aspectos desconocidos por los profesores, en cuanto a los resultados de esta se tiene en cuenta que la Estadística es considerada como un desarrollo reciente y que gran parte de los conceptos estadísticos se han generado fuera del campo de las matemáticas.

Cubides y Rosada (2011) en su trabajo de investigación *“dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central”* realizan un taller diagnóstico con el fin de evidenciar si existe un ajuste entre el significado tanto institucional como personal en los estudiantes, todo esto a partir de un análisis relacionado con las funciones semióticas, con esta investigación se logró concluir que los estudiantes no diferencian entre las medidas de centralización, que omiten algunos datos, que existe otro problema que perjudica el cálculo de estas como lo es la suma de decimales, etc.

Méndez y Valero (2014) en su investigación *“Experimento de enseñanza para la superación de algunas dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición”* realizan un estudio el cual parte de un experimento de enseñanza, buscando con este identificar qué dificultades tienen los estudiantes con respecto a la variable estadística; se logra evidenciar que los estudiantes confunden algunos conceptos, no reconocen las propiedades relacionadas a variables cualitativas y cuantitativas, calculan la media y la mediana para variables cualitativas, entre otros.

Reina, M. M. (2017) realizó un estudio sobre *“dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición, en estudiantes de educación básica”* donde por medio de un experimento de enseñanza alrededor de las dificultades y errores asociados a la variable estadística y sus escalas de medición se logran superar varias de las mismas, como lo es la confusión de nociones, la elección de representación gráfica, cálculos de algunas varias y demás; se evidencia que los estudiantes de grado noveno a través de las tareas planteadas comprenden y sobrepasan en gran medida las dificultades y errores establecidos.

Grijalba Benachí (2021) en su investigación titulada *“dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa José María Córdoba en la comprensión y representación de las Medidas de Tendencia Central”* realizan un cuestionario con diferentes ítems relacionados al grado sexto, permitiendo conocer y analizar los diferentes errores, dificultades y obstáculos presentados en la comunicación, en la interpretación de gráficos y resultados, adicionalmente, la comprensión de las mismas, se evidencia un mal uso del algoritmo,

el no realizar una tabla de frecuencias completa, confusión de conceptos, entre otros, con todo esto se logró identificar los posibles orígenes de los errores que comenten los estudiantes y la relación de dicho objeto con otras materias.

### **Investigaciones relacionadas con el Enfoque Ontosemiótico (EOS)**

Mayén (2009) realizó una investigación sobre *“la comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato”* apoyada en el cuestionario de Cobo (2003) donde se logra dar de manera más detallada la comprensión que tienen los estudiantes; en especial en la mediana, con el fin de comparar dichos resultados con los de Cobo que se hicieron con estudiantes españoles y además complementar algunos aspectos que beneficien el conocimiento, en primer lugar de la estadística y de las medidas de tendencia central, dicha investigación se realizó bajo el Enfoque Ontosemiótico y permitió aportar una descripción más puntual del significado personal que consigue el estudiante.

Pochulu, M., & Rodríguez, M. (2012) realizaron un libro sobre *“Educación Matemática Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos Volumen 1”* donde presentan diversas ideas teóricas y aplicaciones que se logran implementar por medio del EOS, reflejando que este permite dar respuesta a interrogantes bastantes útiles; dentro de estas, están inmersas la noción del objeto matemático, el significado que proporciona y la comprensión que adquiere el estudiantes, adicionalmente, proporciona ayudas a el docente de matemáticas en las diferentes actividades tanto en la investigación como en la propia docencia.

Londoño Restrepo, L. Á. (2017) en su estudio *“comprensión de las medidas de tendencia central, en los niños de grado tercero, cuarto y quinto, utilizando como estrategia el censo en la escuela”* tiene como objetivo motivar el aprendizaje y la comprensión de dichas medidas utilizando como medio el censo en la escuela, dicho estudio se realiza bajo el EOS, debido a que les permite articular varios modelos, para lograr adquirir una perspectiva global, adicionalmente, proporcionó consolidar en los estudiantes una alfabetización estadística más clara y una construcción de cada significado de las mismas.

Grisales D. (2018) realizó un trabajo de investigación sobre “*Idoneidad didáctica para el aprendizaje de las medidas de tendencia central de estudiantes de educación básica, mediante el enfoque Ontosemiótico*” donde el propósito es configurar una idoneidad didáctica para el aprendizaje de dichos conceptos mediante el Enfoque Ontosemiótico, con el fin de que ésta permitirá potencializar el aprendizaje de las medidas de tendencia central en los estudiantes. Los resultados de esta investigación reflejaron un mejoramiento en la construcción de los conceptos con respecto a las medidas de centralización.

## CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

Esta investigación está situada en teóricos referentes al EOS, el cual está fundamentado por Godino, Batanero y Font, situados en el aprendizaje matemático, específicamente en las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda).

El Enfoque Ontosemiótico es un marco teórico que ha surgido en el seno de la didáctica de las matemáticas, con el propósito de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje. Adopta una perspectiva global, teniendo en cuenta las diversas dimensiones implicadas y las interacciones entre las mismas (Godino y Font).

Este está articulado por la Idoneidad didáctica, la cual se compone por seis facetas: idoneidad epistémica, idoneidad cognitiva, idoneidad interaccional, idoneidad mediacional, idoneidad afectiva e idoneidad ecológica, las cuales se describen a continuación.

### 2.1 Idoneidad didáctica

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Esta constituye la articulación coherente y

sistemática de seis facetas definidas como: idoneidad epistémica, idoneidad cognitiva, idoneidad interaccional, idoneidad mediacional, idoneidad afectiva e idoneidad ecológica (Godino, Batanero y Font).

### **2.1.1 Idoneidad epistémica**

Esta se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto de un significado de referencia.

Componentes: Situaciones problema, lenguajes, reglas, argumentos, relaciones.

### **2.1.2 Idoneidad cognitiva**

Esta expresa el grado en que los significados pretendidos o implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos o implementados.

Componentes: Conocimientos previos, diferencias individuales, aprendizajes.

### **2.1.3 Idoneidad interaccional**

Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales y, por otra parte, permiten resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

Componentes: Interacción docente-discente, interacción entre discentes, autonomía, evaluación formativa.

### **2.1.4 Idoneidad afectiva**

Es el grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio; esta está relacionada tanto con factores que dependen de la institución, como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

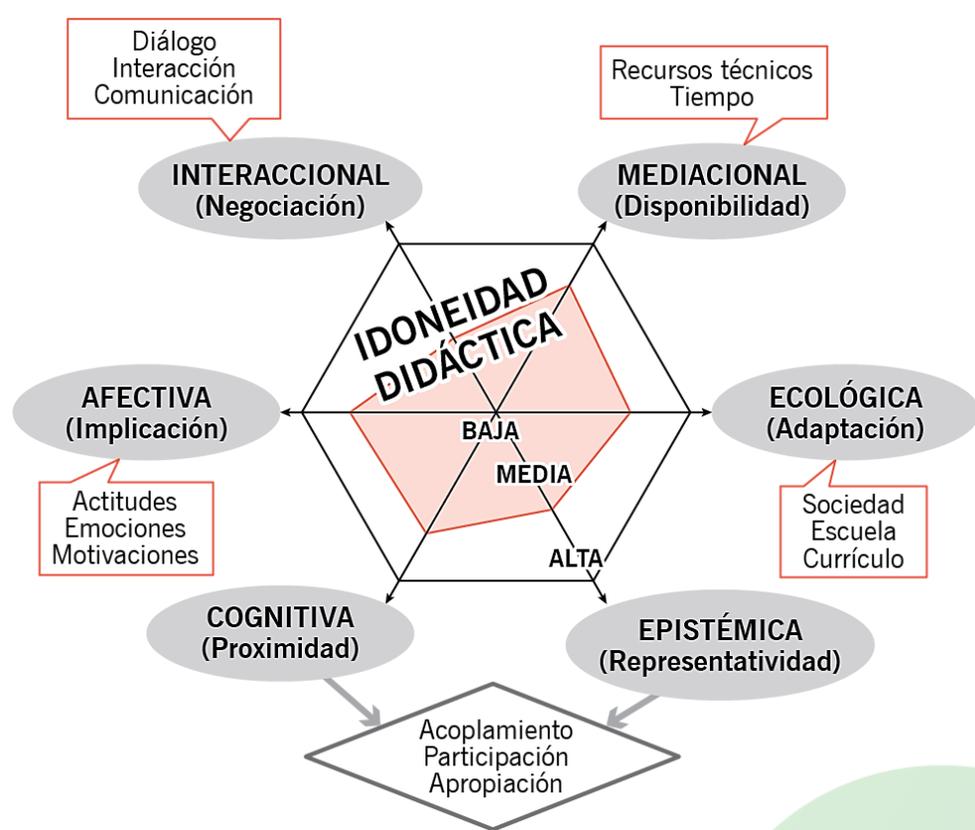
Componentes: Interés, actitudes, emociones.

### 2.1.5 Idoneidad ecológica

Es el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Componentes: Innovación, adaptación socio-cultural y profesional, conexiones intra e inter disciplinares.

**Figura 1.** Componentes y criterios básicos de idoneidad didáctica



*Fuente. (Godino 2016)*

## 2.2 Significado

El significado de un objeto matemático está ligado, según el EOS, a los sistemas de prácticas que realiza una persona (significado personal) o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones-problemas en los que se requiere poner en funcionamiento, en uso dicho objeto.

(Etchegaray, S., Markiewicz, M. E., & Giacomone, B.)

- Con relación a los significados institucionales:

**Significado Pretendido:** sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.

**Significado Implementado:** en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.

- Con relación a los significados personales:

**Logrado:** corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los significados iniciales o previos de los estudiantes y los que finalmente alcancen.

(Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V.)

## 2.3 Marco conceptual

### 2.3.1 Estadística

La estadística se ocupa de los métodos científicos que se utilizan para recolectar, organizar, resumir, presentar y analizar datos, así como para obtener conclusiones válidas y tomar decisiones razonables. El término estadística también se usa para denotar los datos o los números que se obtienen de esos datos (Murray R. Spiegel, 2009).

Para definir la Estadística es preciso mencionar que su objetivo es recopilar información de orden cualitativa o cuantitativa, perteneciente a individuos, grupos, hechos o fenómenos, y deducir a partir del análisis de los datos respuestas a interrogantes o proyecciones futuras (Posada H, 2016).

### 2.3.2 Variable aleatoria

Es una variable que toma valores numéricos determinados por el resultado de un experimento aleatorio.

#### 2.3.2.1 Tipos de variables

**Variable Cuantitativa Discreta:** Es una variable que toma un número finito  $n$  un infinito contable de valores, es decir números enteros positivos incluyendo el 0.

**Variable Cuantitativa Continua:** Es una variable que toma un número finito no contable de valores, es decir los números reales.

(Mason R & Douglas Lind, 1990).

**Variable Cualitativa Nominal:** Es una variable que se crea cuando se utilizan nombres para establecer categorías con la condición de que cada dato pertenezca única y exclusivamente a una de estas categorías.

**Variable Cualitativa Ordinal:** Es una variable que coloca las medidas en categorías, cada una de las cuales indica un nivel distinto respecto a un atributo que se está midiendo como clasificaciones por letras, rangos académicos, evaluaciones, grados de la escuela, entre otros.

Cabe resaltar, que en esta investigación se trabajará solamente con variables cuantitativas discretas, continuas y variables cualitativas nominales.

### 2.3.3 Tabla de frecuencia no agrupada

Son aquellas en donde aparecen básicamente dos informaciones: los datos y sus correspondientes frecuencias. Los datos que organizados en tablas de frecuencias no agrupadas se denominan usualmente datos no agrupados.

(Solano, H. L., & Álvarez, C. R. 2005)

### 2.3.4 Matriz de datos

Es una forma de organizar la información y consiste en escribir los valores de las variables en cada punto de observación (Caso), como las filas de una matriz. En síntesis, cada fila de una matriz de datos representa los valores de las diferentes variables para un determinado caso y se denomina un registro, además cada columna de la matriz contiene los valores de una variable en los distintos casos y cada elemento o celda de la Matriz de Datos es el valor que toma una variable en un punto de observación determinado y se le llama un dato.

(T L. H., G, S, & E, 2006)

### 2.3.5 Medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central son parámetros estadísticos que informan sobre el centro de la distribución de la muestra o distribución estadística, es decir, son algunos valores adquiridos mediante la distribución de una variable aleatoria.

Entre las medidas de tendencia central, se pueden encontrar: la media aritmética, la media ponderada, la media geométrica, la media armónica, la mediana y la moda; Las medidas más utilizadas y características, según Batanero y Godino; y las cuales abordaremos en esta investigación son la media ( $\bar{X}$ ), la mediana ( $Me$ ) y la moda ( $Mo$ ) para datos no agrupados, generalmente se utilizan para comparar un conjunto de datos con otro, además de que permiten inducir características específicas de un grupo de datos. Cabe resaltar que el cálculo de estas medidas varía, es decir, en cuanto a cómo estén establecidos los datos; si estos están ordenados en

una tabla estadística significa que los datos se encuentran agrupados y si estos no están en una tabla se denominan datos no agrupados.

### 2.3.6 Media aritmética o promedio ( $\bar{X}$ )

Esta es la principal y la más utilizada de las medidas de tendencia central, también conocida como promedio aritmético. Es el número que se obtiene sumando todos los valores de la variable estadística  $x_i$  y dividiendo por el número de valores ( $n$ ). Es la cantidad equitativa a repartir cuando tenemos diferentes cantidades de una cierta magnitud y se quiere distribuir de manera uniforme. (Batanero y Godino). La media aritmética es el valor promedio de un conjunto de datos numéricos, calculada como la suma del conjunto de valores, dividida entre el número total de valores.

$$\bar{X} = \frac{\sum_1^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

La media aritmética también puede ser hallada en datos no agrupados y en datos agrupados, para ello se utilizan las siguientes formulas correspondientemente:

$$\bar{X} = \frac{\sum_1^m x_i f_i}{n} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{n}$$

Donde  $m$  representa el número de valores diferentes de la variable.

$$\bar{X} = \frac{\sum_1^m y_i f_i}{n} = \frac{y_1 f_1 + y_2 f_2 + y_3 f_3 + \dots + y_n f_n}{n}$$

Donde  $m$  representa el número de intervalos de clase,  $n$  el número de datos y  $y_i$  las marcas de clase de cada intervalo.

Propiedades:

1. La media solo se puede hallar para variables cuantitativas.
2. La media tiene la debilidad de ser muy sensible a valores atípicos.
3. La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.
4. El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos.
5. La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos.
6. Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
7. La media es un “representante” de los datos a partir de los que ha sido calculada.
8. La media se expresa en la misma unidad que los datos originales: centímetros, horas, gramos, etc.

(Batanero y Godino).

### 2.3.7 Mediana ( $Me$ )

Es el dato central que se obtiene al ordenar de menor a mayor todos los valores de una variable estadística; Se llama mediana al número tal que existen tantos valores de la variable superiores o iguales como inferiores o iguales a él. (Batanero y Godino).

Es un estadístico de posición central que parte la distribución en dos partes iguales, es decir, deja la misma cantidad de valores a un lado que a otro.

Cuando  $n$  es par

$$Me = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

Cuando  $n$  es impar

$$Me = X_{\frac{n+1}{2}}$$

Características:

1. La mediana sólo se puede hallar para las variables cualitativas ordinales y cuantitativas.
2. Su valor es único para un conjunto de datos.
3. Es un parámetro útil para distribuciones asimétricas.

4. No se ve afectada por valores extremos.
5. Su valor no necesariamente tiene que coincidir con algún valor del conjunto de datos.

(Farigua Guacaneme).

### 2.3.8 Moda ( $M_o$ )

Es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia. Si hay solo una moda se llama unimodal, si existen dos se llama bimodal y si existen más de dos se llama multimodal.

Por lo general, es la medida de tendencia central menos eficaz.

También, es la única característica de valor central que se puede tomar para las variables cualitativas. (Batanero y Godino).

Características:

1. Puede haber más de una moda en un mismo conjunto de datos.
2. Es la única medida, que se le puede calcular a datos no cuantitativos.
3. No se ve afectada por los valores extremos.
4. En su cálculo no se incluyen todos los valores proporcionados por el conjunto.
5. Se pueden determinar en todos los tipos de mediciones (Nominal, ordinal o de intervalo).

(Farigua Guacaneme).

### 2.3.9 Dificultad y error

A partir de la investigación de Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenç, F. (2003) se determina la dificultad y el error como:

- El término error se emplea cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar.
- El término dificultad indica el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio. Si el porcentaje de respuestas incorrectas (índice de dificultad)

es elevado se dice que la dificultad es alta, mientras que, si dicho porcentaje es bajo, la dificultad es baja.

## 2.4 Marco legal

Para el presente trabajo de investigación se toman en cuenta diversas leyes nacionales ubicadas en el contexto educativo como base primordial para la enseñanza y el aprendizaje de todos los niños y que son relevantes para este estudio, estas se mencionan a continuación:

**“Ley 115 de febrero 8 de 1994”.** Por la cual se expide la ley general de educación.

**Artículo 1.-** Objeto de la ley. La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.

**Artículo 4.-** Calidad y cubrimiento del servicio. Corresponde al Estado, a la sociedad y a la familia velar por la calidad de la educación y promover el acceso al servicio público educativo, y es responsabilidad de la Nación y de las entidades territoriales, garantizar su cubrimiento.

**Artículo 11.-** Niveles de la educación formal. La educación formal a que se refiere la presente Ley, se organizará en tres (3) niveles: a) El preescolar que comprenderá mínimo un grado obligatorio; b) La educación básica con una duración de nueve (9) grados que se desarrollará en dos ciclos: La educación básica primaria de cinco (5) grados y la educación básica secundaria de cuatro (4) grados, y c) La educación media con una duración de dos (2) grados. La educación formal en sus distintos niveles, tiene por objeto desarrollar en el educando conocimientos, habilidades, aptitudes y valores mediante los cuales las personas puedan fundamentar su desarrollo en forma permanente.

De acuerdo con la estructura del servicio educativo, situado en la educación formal, la cual permite determinar aspectos importantes en la educación; estableciendo pautas de cómo está configurada, cómo debe ser impartida y organizada, se localiza en la ley 115 algunos objetivos de los diferentes actores involucrados en la educación que son prescindibles a la hora de formar niños

en los diferentes campos existentes presentados con el día a día, se disponen algunos artículos que aportan a que se les dé cumplimiento a los mismos:

**Artículo 20.-** Objetivos generales de la educación básica. Son objetivos generales de la educación básica:

c) Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana.

**Artículo 22.-** Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria. Los cuatro (4) grados subsiguientes de la educación básica que constituyen el ciclo de secundaria, tendrán como objetivos específicos los siguientes:

c) El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

f) La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas.

En relación a esta investigación, es conveniente establecer que la educación es fundamental para el desarrollo, integridad y autonomía de los niños, por ello es pertinente citar un artículo de la Constitución Política de Colombia:

**Artículo 67.-** La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.

Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo.

Adicionalmente, se toma en consideración decretos, lineamientos, estándares y demás documentos significativos en la instrucción de conocimientos pertinentes para proporcionar una educación de calidad a los estudiantes, estos son expuestos a continuación:

**“Decreto Nro. 1290”.** Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media.

**Artículo 2-.** Objeto del decreto. El presente decreto reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media que deben realizar los establecimientos educativos.

**Artículo 3.-** Propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes.

Son propósitos de la evaluación de los estudiantes en el ámbito institucional:

1. Identificar las características personales, intereses, ritmos de desarrollo y estilos de aprendizaje del estudiante para valorar sus avances.

**“Lineamientos curriculares de matemáticas 1998”.** La búsqueda de respuestas a preguntas que sobre el mundo físico se hacen los niños resulta ser una actividad rica y llena de sentido si se hace a través de recolección y análisis de datos. Decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener las respuestas lleva a nuevas hipótesis y a exploraciones muy enriquecedoras para los estudiantes. Estas actividades permiten además encontrar relaciones con otras áreas del currículo y poner en práctica conocimientos sobre los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas.

**“Estándares básicos de competencias en matemáticas 2006”.** El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

Los sistemas analíticos probabilísticos y los métodos estadísticos desarrollados durante los siglos XIX y XX se han refinado y potenciado en los últimos decenios con los avances de la computación electrónica y, por ello, hoy día ya no es tan importante para los estudiantes el recuerdo de las fórmulas y la habilidad para calcular sus valores, como sí lo es el desarrollo del pensamiento aleatorio, que les permitirá interpretar, analizar y utilizar los resultados que se publiquen en periódicos y revistas, que se presenten en la televisión

o que aparezcan en pantalla o en hojas impresas como productos de los distintos programas de análisis de datos.

Conforme a estos documentos, es conveniente tener presente los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) situados en el grado sexto, en el que es preciso que el estudiante: Interpreta información estadística presentada en diversas fuentes de información, la analiza y la usa para plantear y resolver preguntas que sean de su interés, Compara características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población para lo cual seleccionan muestras, relaciona información proveniente de distintas fuentes de datos, calcula la media (el promedio), la mediana y la moda de un conjunto de datos, utiliza representaciones gráficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango (Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas V.2 pág. 50:51).

### CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

La metodología de esta investigación está en el marco de un estudio de tipo cualitativo, basada en el autor Bisquerra (2004), debido a que esta se enfoca en la interpretación de la realidad, es decir, toma como punto de relevancia las situaciones de la vida diaria y las enlaza con el área de la estadística, en donde es de suma importancia la convivencia y relación del investigador con las personas involucradas para dar significados.

Por medio de esta se pretendía desarrollar y fortalecer el aprendizaje de las medidas de tendencia central a través de la aplicación de tareas contextualizadas enmarcadas en la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados matemáticos (GROS), que se hace bajo el Enfoque Ontosemiótico. Las diferentes investigaciones de *Batanero* y *Godino*, además, cuenta con el paradigma Histórico-Hermenéutico. Estas tareas se realizaron con el fin de que los estudiantes de la educación básica del grado sexto describan y comprendan asertivamente lo que pasa a su

alrededor, ya que más que memorizar unas fórmulas, se espera desarrollar aún más el aprendizaje de los conceptos estadísticos.

Por este motivo se abordaron las siguientes secciones: Diseño de la investigación, población de estudios, técnicas e instrumentos de recolección de la información y fases de la investigación.

### 3.1 Diseño de la investigación

El diseño de esta investigación está orientado bajo el Enfoque Ontosemiótico (EOS) de la concepción de conocimientos matemáticos, ya que este modelo ha manifestado ser útil y beneficioso para lograr un mejor análisis de estos conocimientos en los estudiantes.

El enfoque de esta investigación fue dirigido a estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar (Quimbaya – Quindío), por esto, el estudio de esta investigación es de carácter descriptivo, donde se estudió y analizó el nivel conceptual de los conocimientos que los estudiantes tienen con respecto a las medidas de tendencia central, relacionado al contexto cotidiano.

### 3.2 Población de estudio

En esta investigación se define como población los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar del departamento del Quindío, de la cual se escogió una muestra de 25 estudiantes; se hace debido a que los estudiantes empiezan la educación básica secundaria y la mayoría de estos inician con preocupaciones, pues consideran que entran a un mundo educativo mucho más complejo, donde la exigencia es más alta y tanto la interpretación como su pensamiento necesitan un razonamiento crítico; se puede decir que los estudiantes en este grado no han adquirido un aprendizaje de todo lo relacionado con lo estadístico y con lo que establece los estándares básicos por competencias; desde hace poco se empezó a dar la importancia necesaria al pensamiento estadístico. Por lo anterior, esta investigación se encamina en el aprendizaje de las medidas de tendencia central como aspecto necesario e importante a la hora de interpretar datos de las situaciones presentadas en contextos habituales.

### 3.3 Técnicas e instrumentos de recolección de la información

El instrumento de recolección de la información en cuanto a los conceptos previos que manejan los estudiantes fue un test preliminar, donde se recogieron datos importantes como el pensamiento aleatorio que tienen los estudiantes, la memorización de fórmulas e interpretación que le dan a los resultados, incluyendo el uso de la GROS (guía para el reconocimiento de objetos y significados) que tras la resolución de las situaciones problemas y tareas se refleje el análisis, los objetos y los significados que se les asigna en el contexto específico dado.

La GROS es una herramienta enfocada en una reflexión epistémica y cognitiva, utilizada para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; por medio de esta los estudiantes logran identificar objetos y formar significados a partir de una situación problema (tareas problemáticas), esto dentro de un sistema estructurado conceptualmente que permite el desarrollo del conocimiento de ciertos conceptos; en esta guía se ocasionan reflexiones didácticas que se dirigen a la valoración de idoneidades didácticas, con el fin de llevar a cabo un proceso de estudio, no solamente se basa en dar una solución, sino, en determinar los posibles conflictos de los estudiantes como lo es la comprensión del concepto, lo procedimental, las diferentes representaciones para dar a conocer la información, la argumentación y la manera más asertiva para abordarlos.

### 3.4 Fases de la investigación

Por último, la sección de procedimiento para el análisis de información, está encaminada a través del desarrollo de las siguientes fases:

- **Fase análisis preliminar**

En esta fase se realizó un análisis de los diferentes conceptos a tratar en la Institución Educativa Simón Bolívar, el cual se llevó a cabo mediante una prueba, la cual permitió establecer el nivel de conceptualización y comprensión en la aplicación de éstas por los estudiantes.

El análisis preliminar suministro información útil para la organización de las tareas contextualizadas, enmarcadas en la GROS que se implementaron en la realización de este trabajo de investigación.

- **Fase de diseño de tareas contextualizadas**

En esta fase se elaboró un diseño de tareas contextualizadas por medio de la GROS, ya que a través de esta guía se podrán implementar diferentes situaciones problemas con todo lo relacionado a las medidas de centralización, claro está que estas situaciones se enmarcan con los entornos de los estudiantes, para que ellos logren resolver y fundamentar dichas medidas, ya que así el aprendizaje estadístico será más significativo en los estudiantes de grado sexto.

Estas tareas permitieron visualizar las capacidades de los estudiantes en cuanto a cómo interpretar las situaciones planteadas con los diferentes datos, tablas y gráficos; validando las competencias y habilidades que poseen los estudiantes, comprobando que los estudiantes de sexto si están relacionados con los conceptos enfocados en dicha investigación.

En estas tareas se logró recoger información sobre situaciones reales que presentan los estudiantes; además se percibió la manera en la que los estudiantes abordaron y resolvieron cada situación utilizando métodos elementales y simples como por ejemplo la enumeración, el cálculo y el orden de los datos presentados; conforme a esto, se estudió la competencia de cada estudiante para ejecutar de manera asertiva el procedimiento empleado y adecuado que le proporcionó dicho resultado.

- **Fase de implementación**

En esta fase se implementó la propuesta de aprendizaje, puesto que esta fase es consubstancial a la anterior, ya que se proporciona a través de la Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados. Esta está bajo el Enfoque Ontosemiótico, que articula diferentes aspectos e idoneidades sobre el conocimiento matemático, predominando la afectiva, cognitiva, epistémica e interaccional, que permiten expresar los significados logrados y el grado de interés por los estudiantes en el desarrollo del aprendizaje de las medidas de tendencia central, proporcionando un diseño y aplicación por los mismos estudiantes en diferentes situaciones.

La implementación de la GROS permitió observar cuáles fueron las dificultades que presentaban los estudiantes con respecto a las medidas de tendencia central,

comparando los resultados obtenidos en el test preliminar y los obtenidos en el análisis final.

- **Fase de análisis**

Para finalizar, después de la implementación de los diferentes test (preliminar y final), el desarrollo de La GROS y su respectivo aporte, al igual que la aplicación de las diferentes tareas contextualizadas, se realizó un análisis de cada uno de los resultados encontrados en los estudiantes, bajo la idoneidad didáctica, especialmente en la faceta cognitiva y epistémica, brindando las correspondientes conclusiones de la investigación.

**Figura 2.** Metodología. Trabajo de investigación.



*Fuente. Elaboración propia*

## CAPÍTULO IV. RESULTADOS

Como se expuso anteriormente, se define como población de estudio los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar del municipio de Quimbaya (Quindío).

A continuación, se presentan los resultados obtenidos por los estudiantes y su respectivo análisis en las diferentes intervenciones, tales como el test preliminar, las tareas contextualizadas y el test final.

### 4.1 Análisis e interpretación del test preliminar

El propósito inicial de la elaboración del análisis preliminar es evidenciar el aprendizaje que tienen los estudiantes con respecto a las medidas de tendencia central, además de identificar el dominio y las dificultades que los estudiantes de grado sexto presentan en todo lo relacionado con la interpretación y proceso que realizan para determinar un resultado y deducir alguna conclusión. Por esta razón se ha escogido una pregunta conceptual y se desarrollaron dos situaciones problemas relacionadas al contexto de los estudiantes.

A continuación, se analiza cada una de las preguntas y las respuestas que dieron los estudiantes a cada una de ellas.

**Tarea 1.** Relaciona los siguientes conceptos estadísticos con la definición que crea correcta.

Moda

Media

Mediana

Valor que más se repite

Valor promedio de los datos

Valor intermedio de los datos

**Tabla 1. Resultados Tarea 1**

Respuesta	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje
<b>CORRECTA</b>	<b>6</b>	<b>24%</b>
INCORRECTA	19	76%
Total	25	100,00%

*Nota.* En la tabla se puede observar que para la relación de los conceptos sólo 6 de 25 estudiantes tienen claros dichos conceptos, por lo tanto, el resto de los estudiantes confunden la relación entre media y mediana.

**Tarea 2.** En una institución educativa de Armenia se realizará un campeonato de voleibol, para llevarlo a cabo se necesitan cuatro equipos conformados por 6 estudiantes cada uno y se solicita que los participantes sean los estudiantes de noveno y tengan una estatura mínima de 1.65 m, los estudiantes que cumplen con estos requisitos se muestran en la siguiente tabla:

1.65	1.65	1.65	1.68	1.68	1.69
1.70	1.70	1.70	1.70	1.65	1.66
1.69	1.72	1.67	1.71	1.70	1.69
1.66	1.72	1.68	1.67	1.70	1.65

- ¿El promedio de estatura de los estudiantes que podrán participar en el campeonato de voleibol es? Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.
  - a. 1.65 m
  - b. 1.70 m
  - c. 1.69 m
  - d. 1.68 m

*Tabla 2. Resultados Tarea 2 Ítem 1*

Opciones de respuesta	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Clasificación de respuesta
A	3	12,00%	INCORRECTA
B	13	52,00%	INCORRECTA
C	2	8,00%	INCORRECTA
<b>D</b>	<b>2</b>	<b>8,00%</b>	<b>CORRECTA</b>
No respondieron	5	20,00%	
Total	25	100,00%	

*Nota.* Como se observa en la tabla 2, se evidencia que más de la mitad del grupo contestó de manera errónea dicha pregunta, es decir que el 92,00% de los estudiantes carecen de saberes para la resolución de una situación relacionada con la media, en este caso existen dificultades al encontrar un promedio.

- Con respecto a la estatura conocida en la tabla anterior:

a. ¿Cuál es la moda de dichos datos?

\_\_\_\_\_

*Tabla 3. Resultados Tarea 2 Ítem 2*

Posibles opciones de respuesta	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Clasificación de respuesta
<b>1.65</b>	0	0,00%	INCORRECTA
<b>1.66</b>	0	0,00%	INCORRECTA
<b>1.67</b>	0	0,00%	INCORRECTA
<b>1.68</b>	1	4,00%	INCORRECTA
<b>1.69</b>	0	0,00%	INCORRECTA

<b>1.70</b>	<b>19</b>	<b>76,00%</b>	<b>CORRECTA</b>
1.71	0	0,00%	INCORRECTA
1.72	1	4,00%	INCORRECTA
<b>No respondieron</b>	4	16,00%	
Total	25	100,00%	

*Nota.* En la tabla 3, se puede visualizar que más de la mitad de los estudiantes del grado sexto dominan el concepto de moda en un conjunto de datos, lo que equivale a un 76,00%, es decir que aún se debe reforzar esta medida de centralización en los estudiantes.

**Tarea 3.** En los exámenes finales de matemáticas 24 estudiantes de grado noveno obtuvieron las siguientes notas en el primer periodo:

Nota de examen	fi
2,5	5
3,2	3
3,8	6
4,0	1
4,2	7
4,8	2

¿Según esos datos cual será el dato que ocupa la posición central “Mediana”?

**Tabla 4. Resultados Tarea 3**

Posibles opciones de respuesta	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Clasificación de respuesta
2,5	1	4,00%	INCORRECTA
3,2	0	0,00%	INCORRECTA
<b>3,8</b>	<b>11</b>	<b>44,00%</b>	<b>CORRECTA</b>
4,0	5	20,00%	INCORRECTA
4,2	1	4,00%	INCORRECTA

4,8	1	4,00%	INCORRECTA
Otra	6	24,00%	INCORRECTA
Total	25	100,00%	

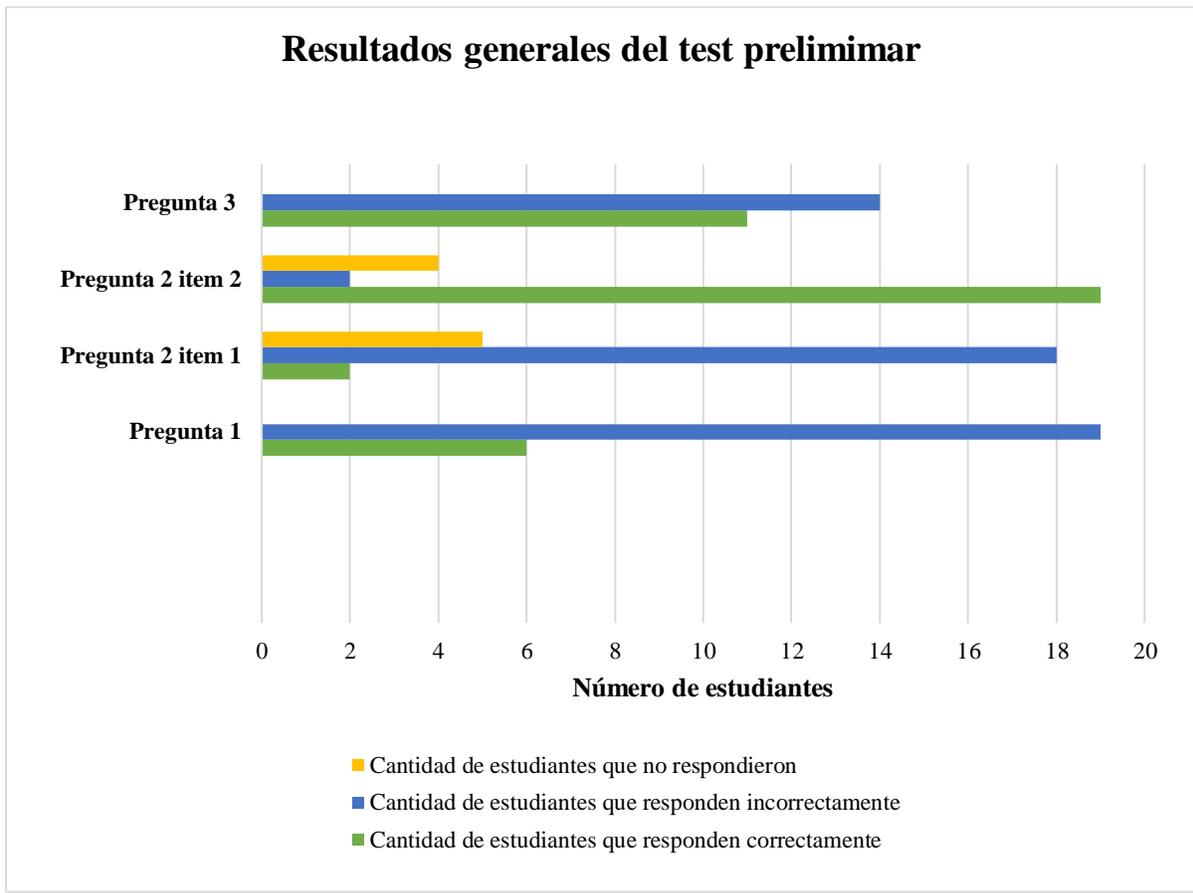
*Nota.* Se observa que un 44% de los estudiantes responden correctamente a esta pregunta y que tienen claro el concepto y procedimiento a realizar para hallar la mediana, sin embargo, el otro porcentaje de los estudiantes no saben cómo llegar al resultado, llevándolos a realizar un procedimiento incorrecto.

**Tabla 5. Resultados Generales del Test Preliminar**

Resultados generales del test preliminar						
Preguntas	Cantidad de estudiantes que responden correctamente	Cantidad de estudiantes que responden incorrectamente	Cantidad de estudiantes que no respondieron	Porcentaje de respuestas correctas	Porcentajes de respuestas incorrectas	Porcentajes de no respondidas
<b>Pregunta 1</b>	6	19	0	24,00%	76,00%	0,00%
<b>Pregunta 2 ítem 1</b>	2	18	5	8,00%	72,00%	20,00%
<b>Pregunta 2 ítem 2</b>	19	2	4	76,00%	8,00%	16,00%
<b>Pregunta 3</b>	11	14	0	44,00%	56,00%	0,00%

*Nota.* En esta tabla, se logra evidenciar las respuestas de los estudiantes en el test preliminar de forma general, donde se categorizan las respectivas preguntas con las aprobaciones, dificultades y preguntas no resueltas, enfatizando que en la pregunta 1 y la pregunta 2 ítem 1 los estudiantes tuvieron gran deficiencia, en cuanto a la concepción de los conceptos de las medidas de centralización.

*Figura 3. Resultados Generales. Test preliminar*



*Nota.* En este diagrama de barras se presenta de otra manera los resultados que se obtuvieron en la aplicación del test preliminar; Comparando dichos resultados obtenidos, se percibió una escasa interpretación de datos por parte de los estudiantes y bastante confusión en la definición de los conceptos.

Con las estadísticas expuestas en las tablas 1, 2, 3 y 4 surge la necesidad de realizar un análisis comprendido desde la idoneidad epistémica y cognitiva, apoyándose en diferentes autores que proporcionan diversas dificultades y errores en las medidas de centralización presentes en los estudiantes a la hora de resolver tareas contextualizadas e interrogantes referentes al concepto matemático establecido, además de las formas y técnicas usadas por los estudiantes de grado sexto para determinar qué medida se adapta mejor a la tarea y que conceptos previos y procedimientos se necesitan para llegar al cálculo e interpretación de la misma, todos estos aspectos relevantes se

presentan esquematizados en las tablas 6 y 7.

En la tabla 6, se muestran cuáles son las dificultades descubiertas en el análisis preliminar que presentan los estudiantes y que por medio de otras investigaciones siguen persistiendo en el área de la estadística; como lo es en la enseñanza-aprendizaje de las medidas de tendencia central. Por ende, se tomaron en consideración a la realización del análisis previo entregado y aplicado en la investigación.

**Tabla 6. Dificultades encontradas en el aprendizaje de las MTC**

Autores	Dificultades
<b>Socas, M. M. (1997)</b>	Dificultad en algunos estudiantes debido a desinformación sobre su desarrollo intelectual.
<b>Batanero (2000)</b>	Dificultad en la comprensión de las medidas de centralización.  Se les dificulta comprender que la media aritmética en algunas situaciones arroja un valor decimal.
<b>Cobo (2003)</b>	Dificultad en la terminología entre la media y la mediana, al igual que la media y la moda.
<b>Del Pino, G., &amp; Estrella, S. (2012)</b>	Dificultades en el significado y argumentación de tablas, vistas como solo una ilustración.
<b>Guerrero, Y. A., &amp; Torres, Y. D. (2017)</b>	Dificultad para establecer el significado de valor de alguna variable, debido a que se desconoce o existe confusión.
<b>de Dios, B. H. J., Gabriela, M. P., &amp; Guadalupe, R. G. M. (2019)</b>	Se les dificulta dar un significado o una interpretación al dato que obtuvieron.

Así mismo, en la tabla 7, se presentan algunos errores encontrados en el desarrollo del análisis preliminar por los estudiantes, dichos errores se tuvieron en cuenta para el desarrollo de las siguientes fases de la investigación encontrándose apoyados en diferentes autores.

*Tabla 7. Errores encontrados en el aprendizaje de las MTC*

<b>Autores</b>	<b>Errores</b>
<b>Socas, M. M. (1997)</b>	Errores de procedimiento y cálculo con el conjunto de datos y el inadecuado uso de fórmulas.
<b>Wu, Y. (2004)</b>	Se presenta el error en algunos estudiantes que confunden la frecuencia con el valor de la variable.
<b>Del Pino, G., &amp; Estrella, S. (2012)</b>	Errores al verificar el comportamiento de un conjunto de datos, a diferencia de datos individuales.
<b>Moñino (2013)</b>	Existe un error en el dominio de colocación de la coma en el momento donde los estudiantes realizan alguna operación básica.
<b>Guerrero, Y. A., &amp; Torres, Y. D. (2017)</b>	Se presenta el error de deducir alguna información o resultado a partir de una percepción personal presentada por el estudiante omitiendo los datos que existen en una tabla de frecuencia.
<b>Estrada, A., Ricart, M., Barbero, I., Cardet, M. N., Ardiaca, M., Fornells, I., ... &amp; Mayoral, I. (2017)</b>	Errores en cuanto a la ausencia de notación matemática en los procedimientos realizados.

#### 4.1.1 Análisis y discusiones

Reunidas las respuestas de los estudiantes de grado sexto en la aplicación del test preliminar, se logran establecer varios aspectos importantes que hacen que los estudiantes cometan errores en situaciones contextualizadas y están relacionadas a las medidas de centralización; con estas respuestas se pudo deducir lo siguiente:

- El 76% de los estudiantes no tienen claro el concepto de cada una de las MTC, puesto que, en cada una de las respuestas se logró evidenciar que existe una confusión entre los conceptos, esto, llevando a que los estudiantes utilicen de manera errónea los diferentes procedimientos para el cálculo de cada una de las medidas de centralización.

- Existe en el 100% de la población de estudio una gran dificultad para trabajar con números decimales, pudiéndose observar que no están familiarizados con este tipo de datos (a pesar de que han visto el tema), ya que al momento de resolver una de las tareas, la cual contaba con datos dados en cifras decimales, todo el grupo de estudiantes pidió eliminar la ‘coma’, para así lograr el desarrollo del ejercicio.
- El tercer hallazgo, equivalente al 100% de los estudiantes no tomó en cuenta toda la información dada en la situación presentada, el estudiante únicamente se enfocó en los datos contenidos en la tabla, sin tener en cuenta la totalidad de la información, llevándolos a responder por simple intuición, sin utilizar algún procedimiento o fórmula para determinar la respuesta.
- En el 92% de la población de estudio, se observó que no existe una apropiación del concepto de media aritmética al verlo expresado como “promedio”, puesto que los estudiantes no están familiarizados con la terminología usada para encontrar la media aritmética en un conjunto de datos, generando desaciertos a la hora de obtener un promedio de una situación relacionada con su entorno.
- Muy pocos estudiantes realizaron un proceso desacertado en la resolución de la moda, debido a que no realizaron una buena lectura, dando una respuesta más relacionada a la definición del concepto como tal que a la obtención de la moda de un conjunto de datos.
- El 56% de los estudiantes no tiene conocimiento del procedimiento a realizar para encontrar la mediana, en vista de que existe una confusión con el valor de la variable y su respectiva frecuencia, adicionalmente, no logran extraer todos los datos, simplemente deciden al azar un dato como respuesta.
- En séptimo lugar, se evidencia en una de las tareas del test preliminar el porcentaje más alto (76%), asociado a la medida de centralización “moda”, en la cual los estudiantes tuvieron gran éxito al responder acertadamente, sin embargo, no era lo esperado por parte de los estudiantes, teniendo en cuenta que se debe realizar una profundización en las otras medidas de tendencia central.

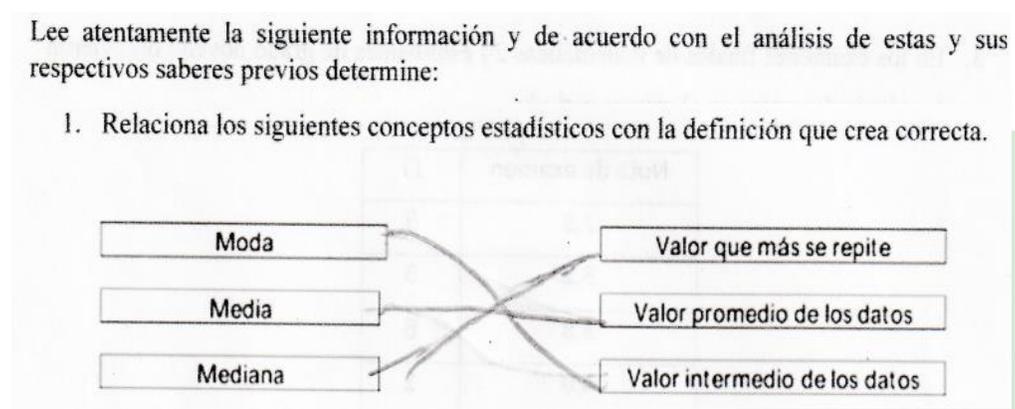
En el marco contextual de esta investigación se pudo observar que existe un bajo manejo en los conceptos necesario para el desarrollo de la misma, llevando a que los conocimientos previos no están del todo claros, lo cual conlleva a que se dificulte un poco la comprensión de nuevos conocimiento y saberes.

#### 4.1.2 Evidencias durante el trabajo de campo (fase análisis preliminar)

En la aplicación del test preliminar y obtención de los resultados por parte de los estudiantes, se busca interpretar los aciertos o desaciertos que los estudiantes cometen respecto al objeto matemático, en este caso las medidas de tendencia central en conjunto con el objetivo del presente estudio; identificar las dificultades que presentan los estudiantes, logrando determinar el nivel de comprensión de dichos conceptos; se evidenciaron diversas características similares en la mayoría de los estudiantes.

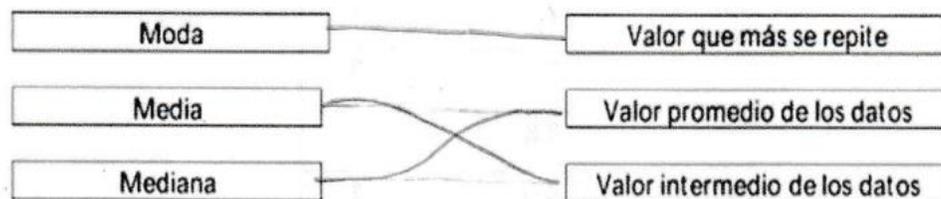
En el primer enunciado, se reconoce que los estudiantes aún no tienen claridad de cada concepto y la respectiva asociación que le corresponde a cada uno, debido a esto los estudiantes comenten errores en las diferentes tareas o situaciones planteadas que involucren encontrar alguna medida de centralización y algún procedimiento o cálculo necesario para encontrar las mismas. A continuación, se presentan algunas respuestas que los estudiantes de grado sexto desarrollaron:

*Imagen 1. Respuesta 1 Test Preliminar: Tarea 1*



*Imagen 2. Respuesta 2 Test Preliminar: Tarea 1*

1. Relaciona los siguientes conceptos estadísticos con la definición que crea correcta.

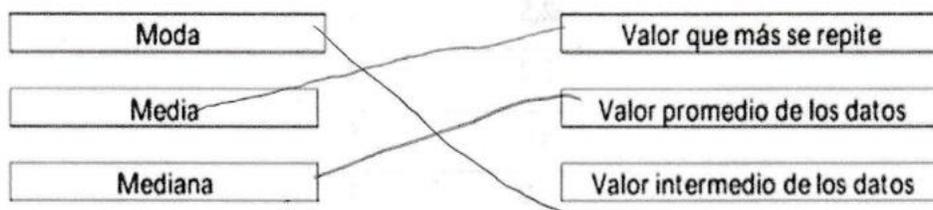


*Nota.* En las imágenes 1 y 2, se evidencia como algunos estudiantes en la tarea 1 del test preliminar, asocian los conceptos con la definición que le parece más pertinente, sin embargo, este resultado muestra que el estudiante mezcla dos medidas de centralización; acertando solamente en una, alcanzando algunos errores en el desarrollo de las demás tareas.

Por otro lado, hay estudiantes que no manejan con claridad ninguna medida de centralización, ocasionando muchas más dificultades en la realización de las tareas contextualizadas que se presenten y en la manera de abordar cada una, demostrando que desarrollan las actividades aleatoriamente.

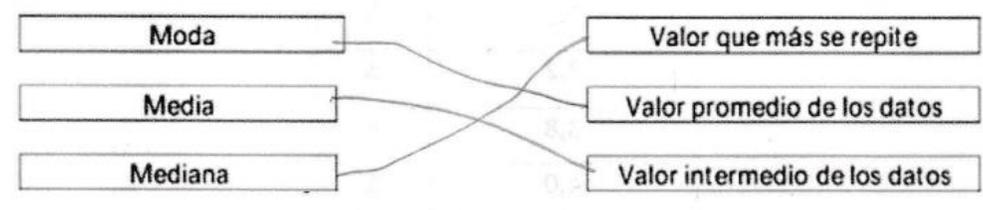
*Imagen 3. Respuesta 3 Test Preliminar: Tarea 1*

1. Relaciona los siguientes conceptos estadísticos con la definición que crea correcta.



**Imagen 4. Respuesta 4 Test Preliminar: Tarea 1**

1. Relaciona los siguientes conceptos estadísticos con la definición que crea correcta.



*Nota.* En las anteriores imágenes, se presentan las respuestas por parte de los estudiantes de la Institución Educativa Simón Bolívar de Quimbaya, reflejando la confusión que mantienen en el objeto matemático.

Posteriormente, se dio paso a la tarea número 2 la cual consta de dos interrogantes, estas tenían como propósito identificar la comprensión lectora por parte de los estudiantes, en vista de que el enunciado proporcionaba la totalidad de los datos de manera dividida; los estudiantes debían realizar una multiplicación para saber que tantos datos tenía dicha situación o hacer el respectivo conteo que proporcionaba la tabla, además de visualizar el manejo de las unidades de medida y el abordaje a los diferentes procesos matemáticos con números decimales.

Teniendo en cuenta las tablas 6 y 7 expuestas anteriormente sobre dificultades y errores que presentan los estudiantes, se reconoce que se les dificulta dar un significado o una interpretación al dato que obtuvieron por medio de alguna medida de centralización, implicando una alta deficiencia; además de que ellos no emplean de manera acertada algunos cálculos que impliquen números decimales. En las siguientes ilustraciones se muestran algunas respuestas:

*Imagen 5. Respuesta 1 Test Preliminar: Tarea 2 Ítem 1*

2. En una institución educativa de Armenia se realizará un campeonato de voleibol, para llevarlo a cabo se necesitan cuatro equipos conformados por 6 estudiantes cada uno y se solicita que los participantes sean los estudiantes de noveno y tengan una estatura mínima de 1.65 m, los estudiantes que cumplen con estos requisitos se muestran en la siguiente tabla:

1.65	1.65	1.65	1.68	1.68	1.69
1.70	1.70	1.70	1.70	1.65	1.66
1.69	1.72	1.67	1.71	1.70	1.69
1.66	1.72	1.68	1.67	1.70	1.65

- ¿El promedio de estatura de los estudiantes que podrán participar en el campeonato de voleibol es? Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.

a. 1.65 m      165 5      167 2

b. 1.70 m      168 3      171 1

c. 1.69 m      169 3      172 2

d. 1.68 m      170 6

166 2

*Nota.* En esta imagen se muestra el proceso del ítem 1 de la tarea 2, desarrollada por varios estudiantes de la misma forma, donde se presenta la confusión con la terminología de promedio (media aritmética) y es ejecutada como la moda.

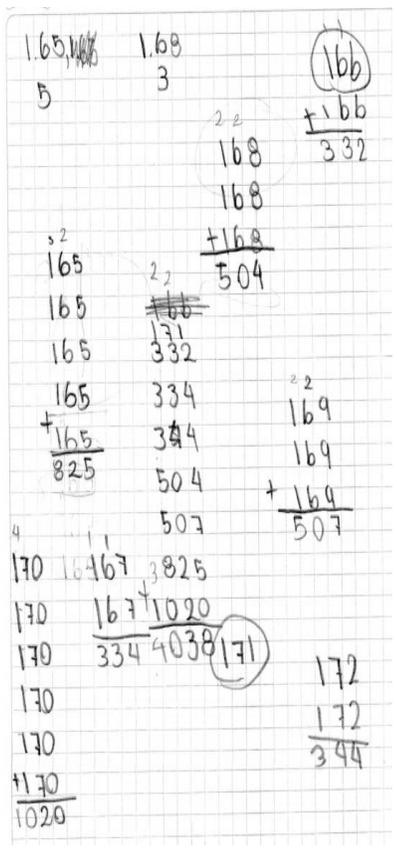
**Imagen 6. Respuesta 2 Test Preliminar: Tarea 2 Ítem 1**

2. En una institución educativa de Armenia se realizará un campeonato de voleibol, para llevarlo a cabo se necesitan cuatro equipos conformados por 6 estudiantes cada uno y se solicita que los participantes sean los estudiantes de noveno y tengan una estatura mínima de 1.65 m, los estudiantes que cumplen con estos requisitos se muestran en la siguiente tabla:

1.65	1.65	1.65	1.68	1.68	1.69
1.70	1.70	1.70	1.70	1.65	1.66
1.69	1.72	1.67	1.71	1.70	1.69
1.66	1.72	1.68	1.67	1.70	1.65

• ¿El promedio de estatura de los estudiantes que podrán participar en el campeonato de voleibol es? Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.

- a. 1.65 m
- b. 1.70 m
- c. 1.69 m
- d. 1.68 m



Handwritten calculations on grid paper:

- 1.65, 1.65, 1.65, 1.68, 1.68, 1.69
- 5
- 1.68, 3
- 168 + 168 = 332
- 165 + 165 + 165 + 168 + 168 + 169 = 825
- 170 + 167 + 167 + 1020 = 4038
- 171 (circled)
- 172, 172, 344
- 1020

*Nota.* En la imagen 6, se presenta el método usado por un estudiante, no obstante, se evidencia que tiene claridad de cómo encontrar el promedio en una situación contextualizada; realiza los cálculos con números enteros, quedando a la mitad del algoritmo y llevándolo a optar por una respuesta incorrecta.

Por otra parte, en el ítem 2 de la tarea número 2, se pretendía indagar sobre la medida de centralización más posible de encontrar, es decir, la moda. En este caso la mayoría de los estudiantes abordaron de manera acertada la pregunta y muy pocos estudiantes olvidaron relacionar toda la información del enunciado como tal y pasaron por alto el hecho de que se hacía énfasis en lo que se solicitaba resolver. Algunas respuestas se observan a continuación:

**Imagen 7. Respuesta 1 Test Preliminar: Tarea 2 ítem 2**

- Con respecto a la estatura conocida en la tabla anterior:
  - Con respecto a la estatura conocida en la tabla anterior:
- a. ¿Cuál es la moda de dichos datos? a. ¿Cuál es la moda de dichos datos?
- Mediana valor que mas se repite

*Nota.* En la imagen previa, se exponen resultados obtenidos por parte de ciertos estudiantes de grado sexto, en cuanto a la moda.

**Imagen 8. Respuesta 2 Test Preliminar: Tarea 2 Ítem 2**

- Con respecto a la estatura conocida en la tabla anterior:
- a. ¿Cuál es la moda de dichos datos?
- 170
- |     |          |
|-----|----------|
| 165 | 5        |
| 168 | 3        |
| 169 | 3        |
| 170 | 6 - moda |
| 171 | 1        |
| 172 | 2        |

*Nota.* En la imagen 8, se presenta el procedimiento desarrollado en el interrogante número 2 del ítem 2, donde la mayoría de los estudiantes realizaron el respectivo conteo para determinar cuál era el valor de la variable que más se repetía en este caso.

Por último, en el test preliminar, se encuentra la tarea número 3, en esta parte se tenía previsto como finalidad reconocer la interpretacion y comprension del adecuado uso de la mediana en una situación presentada y conocida por los estudiantes de grado sexto, de igual forma, ver cómo los estudiantes llevan a cabo la obtencion de la misma.

Considerando los posibles errores que se pueden presentar en los estudiantes, es relevante precisar que en este caso algunos estudiantes confunden la frecuencia con el valor de la variable y otros si la desarrollan de manera correcta; a continuación, se presentan algunos resultados de dicha tarea:

**Imagen 9. Respuesta 1 y 2 Test Preliminar: Tarea 3**

3. En los exámenes finales de matemáticas 24 estudiantes de grado noveno obtuvieron las siguientes notas en el primer periodo:

Nota de examen	fi
2,5	5
3,2	3
3,8	6
4,0	1
4,2	7
4,8	2

¿Según esos datos cual será el dato que ocupa la posición central "Mediana"?

38

$38 + 38 = 76$

25 25 25 25 25 32 32 32  
38 38 38 38 38 40 4  
42 42 42 42 42 42 4,8, 4,8

3. En los exámenes finales de matemáticas 24 estudiantes de grado noveno obtuvieron las siguientes notas en el primer periodo:

Nota de examen	fi
2,5	5
3,2	3
3,8	6
4,0	1
4,2	7
4,8	2

¿Según esos datos cual será el dato que ocupa la posición central "Mediana"?

38

25 25, 25, 25, 25, 32, 32, 32,  
38, 38, 38, 38, 38, 40 42, 42,  
42, 42, 42, 42, 42, 48, 48

$38 + 38 = 76$   
 $76 \div 2 = 38$

*Nota.* En las respuestas anteriores, se evidencia la forma en la que algunos estudiantes desarrollaron y dieron respuesta al interrogante establecido, determinando que existe claridad en unas de las medidas de centralización, en este caso encontrando la mediana. Sin embargo, en otros casos se procedio de manera diferente.

**Imagen 10. Respuesta 3 y 4 Test Preliminar: Tarea 3**

3. En los exámenes finales de matemáticas 24 estudiantes de grado noveno obtuvieron las siguientes notas en el primer periodo:

Nota de examen	fi
2,5	5
3,2	3
3,8	6
4,0	1
4,2	7
4,8	2

¿Según esos datos cual será el dato que ocupa la posición central "Mediana"?

6

3. En los exámenes finales de matemáticas 24 estudiantes de grado noveno obtuvieron las siguientes notas en el primer periodo:

Nota de examen	fi
2,5	5
3,2	3
3,8	6
4,0	1
4,2	7
4,8	2

¿Según esos datos cual será el dato que ocupa la posición central "Mediana"?

7

*Nota.* En la imagen 10, se presentan los resultados por parte de los estudiantes, en donde generan la confusión con el valor de la variable y su frecuencia, adicionalmente expresada en un caso como moda y en el otro el resultado tomando a partir de la frecuencia.

Conforme a la aplicación y el análisis del test preliminar, donde la intencionalidad principal era identificar las dificultades que presentan los estudiantes de grado sexto frente a situaciones contextualizadas, determinando el dominio que tienen y las falencias que presentan a la hora de enfrentarse a las mismas y teniendo en cuenta el propósito de ésta investigación, el cual va enfocado a el aprendizaje de las medidas de tendencia central en estudiantes de educación básica, logrando así, el fortalecimiento de las mismas y que por medio de los resultados obtenidos se evidencia la necesidad de diseñar distintas tareas contextualizadas; sosteniendo como instrumento de base la GROS para un mejor significado del objeto matematico.

#### **4.2 Implementación de La GROS**

En este apartado, se reúne el desarrollo e implementación de las fases II y III de la investigación, en donde se dispone a diseñar y organizar todas las actividades que se llevarán a cabo en tres intervenciones diferentes. Para proceder con dichas intervenciones, se realizará el desarrollo de la GROS a partir de una tarea expuesta en el análisis preliminar; en la cual se despliegan diversos aspectos relevantes para el desarrollo de la misma y el significado que puede establecer el estudiante referente a una relación o uso.

**Tabla 8.** Guía para el reconocimiento de objetos y significados

Tipos de objetos		Significados (relación de referencia o de uso)			
<b>SITUACIONES PROBLEMAS</b>					
En una institución educativa de Armenia se realizará un campeonato de voleibol, para llevarlo a cabo se necesitan cuatro equipos conformados por 6 estudiantes cada uno y se solicita que los participantes sean los estudiantes de noveno y tengan una estatura mínima de 1.65m; los estudiantes que cumplen con estos requisitos se muestran en la siguiente tabla:					
1.65	1.65	1.65	1.68	1.68	1.69
1.70	1.70	1.70	1.70	1.65	1.66
1.69	1.72	1.67	1.71	1.70	1.69
1.66	1.72	1.68	1.67	1.70	1.65
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿El promedio de estatura de los estudiantes que podrán participar en el campeonato de voleibol es? Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.               <ol style="list-style-type: none"> <li>1.65m</li> <li>1.70m</li> <li>1.69m</li> <li>1.68m</li> </ol> </li> <li>• Con respecto a la estatura conocida en la tabla anterior:               <ol style="list-style-type: none"> <li>¿Cuál es la moda de dichos datos? _____</li> </ol> </li> </ul>					
<b>ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS (Términos y expresiones matemáticas: símbolos, representaciones gráficas ...)</b>					
Estatura	Unidad de medida cuantificada				
24	Representación de número natural				
Tabla	Dato o número				
Noveno	Representación de número natural				
<b>CONCEPTOS (Entidades matemáticas para las cuales se puede formular una definición más o menos formal)</b>					

Promedio (media)	Operación matemática que representa el referente de los datos.
Moda	Valor que más se repite de los datos.
<b>PROCEDIMIENTOS (Técnicas, operaciones, algoritmos)</b>	
Sumatoria de los datos	Permite hallar la suma total de los datos que conforman la tabla.
Promedio de los datos	Permite hallar la media, es decir el valor referente a los datos.
<b>PROPIEDADES (Enunciados para los cuales se requiere una justificación o prueba)</b>	
P <sub>1</sub> : La media es un “representante” de los datos a partir de los que ha sido calculada.	Nos permite entender que lo calculado tiende a un dato.
P <sub>2</sub> : Una cantidad de datos determinados solo tiene una media.	Existe un valor único.
P <sub>3</sub> : La moda se puede determinar en todos los tipos de mediciones.	Se puede hallar la moda para variables cualitativas y cuantitativas.
<b>ARGUMENTOS (Justificaciones, demostraciones o pruebas de las propiedades usadas)</b>	
A <sub>1</sub> : La media aritmética es la sumatoria de todos los datos de una muestra dividido el número total de datos.	Justificar propiedad 1 y 2
A <sub>2</sub> : LA moda es el valor que tiene mayor frecuencia.	Justificar la propiedad 3
<b>Conflictos potenciales</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las propiedades de la sumatoria de números decimales.</li> <li>• Interpretación de la media aritmética.</li> <li>• La terminología generó algunas confusiones en cuanto a la elección de una medida de centralización.</li> </ul>	

*Nota.* En la tabla 8 se evidencia el derrollo de la tarea número 1 por medio de la GROS.

La Gros es una parte importante en la realización de este estudio, adquiriendo gran importancia en la primera intervención dentro del aula, donde se tiene previsto fortalecer el aprendizaje de las medidas de centralización.

En dicha intervención se socializó la Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados, donde se analiza y detalla parte por parte el enunciado de la tarea, se enuncian los elementos, conceptos, procedimientos y demás aspectos pertinentes para el óptimo desarrollo de la tarea y permitiendo que los estudiantes establezcan significados institucionales pretendidos y significados personales, llevándolos a un aprendizaje mucho más claro, creando la capacidad de argumentar y ver los resultados de otra manera.

#### **4.3 Diseño e implementación de tareas contextualizadas**

A partir de la tarea desarrollada mediante la propuesta de aprendizaje y teniendo en cuenta los resultados en el test preliminar, se procede a la realización de otras tareas contextualizadas, con el fin de ser desarrolladas por cada estudiante, teniendo en cuenta la intervención anterior, buscando que cada uno de ellos tenga una mejor comprensión del objeto matemático.

En el diseño de las tareas, se tomó en cuenta cómo los estudiantes abordan situaciones relacionadas con el entorno, con el país y con el interés por parte de ellos.

A continuación, se presentan algunas respuestas que los estudiantes dieron con respecto a las tareas desarrolladas por medio de la GROS en la segunda intervención:

*Imagen 11. Respuesta 1 Tarea Contextualizada 1*

1. En Colombia en la empresa de textil MIL TELAS, se encuentran 12 trabajadores asignados al área de calidad, que en el mes de enero dieron positivo para COVID\_19 sin saber quién fue el primer contagiado, un protocolo se llevó a cabo y cada uno de ellos registró los días en los que se presentó el primer síntoma relacionado con este virus, dichos días son:  
2, 4, 2, 5, 3, 1, 7, 5, 2, 1, 6, 8.

  - De acuerdo con los días registrados por los trabajadores, determinar el promedio y qué día se presentaron más síntomas. (Nombrar el procedimiento que realizaron)

• media aritmetica = promedio

días promedio: sumar datos y dividir en el total  
 día de más registro: moda = 2

2	}	días
4		
2		
5		
3		
1		
7		
5		
2		
1		
6		
8		
46		

46	/	12
- 36		3,8
100		96

**Imagen 12. Respuesta 2 Tarea Contextualizada 1**

1. En Colombia en la empresa de textil MIL TELAS, se encuentran 12 trabajadores asignados al área de calidad, que en el mes de enero dieron positivo para COVID\_19 sin saber quién fue el primer contagiado, un protocolo se llevó a cabo y cada uno de ellos registró los días en los que se presentó el primer síntoma relacionado con este virus, dichos días son:

2, 4, 2, 5, 3, 1, 7, 5, 2, 1, 6, 8.

- De acuerdo con los días registrados por los trabajadores, determinar el promedio y qué día se presentaron más síntomas. (Nombrar el procedimiento que realizaron)

Handwritten work for Image 12:

2  
4  
2  
5  
3  
1  
7  
5  
2  
1  
6  
8  
—  
46

$\frac{46}{12}$

$\frac{46}{12} = 3,8$

el promedio es 3,8.

la moda es 2, día de más síntomas

**Imagen 13. Respuesta 3 Tarea Contextualizada 1**

1. En Colombia en la empresa de textil MIL TELAS, se encuentran 12 trabajadores asignados al área de calidad, que en el mes de enero dieron positivo para COVID\_19 sin saber quién fue el primer contagiado, un protocolo se llevó a cabo y cada uno de ellos registró los días en los que se presentó el primer síntoma relacionado con este virus, dichos días son:

2, 4, 2, 5, 3, 1, 7, 5, 2, 1, 6, 8.

- De acuerdo con los días registrados por los trabajadores, determinar el promedio y qué día se presentaron más síntomas. (Nombrar el procedimiento que realizaron)

Handwritten work for Image 13:

$2 + 4 + 2 + 5 + 3 + 1 + 7 + 5 + 2 + 1 + 6 + 8 = 46$

$\frac{46}{12} = 3,8$

R= el promedio es 3,8 días

la moda es el día 2.

*Nota.* En las Imágenes 11, 12 y 13 se muestra el desarrollo de la tarea 1 por parte de algunos estudiantes, evidenciando que a partir del desglose de la GROS proceden muchísimo



**Imagen 15. Respuesta 3 Tarea Contextualizada 2**

2. Los 12 trabajadores podrán acceder a la primera dosis de la vacuna contra el covid-19 a los 90 días después del contagio. La siguiente tabla muestra las edades de los 12 trabajadores.

Edad	fi
25	2
32	3
37	2
40	4
47	1

- Determinar cuál es la edad que ocupa la posición central y seleccionar en que rango se encuentra: 37

a. Entre 28 y 30

b. Entre 31 y 34

c. Entre 36 y 39

$25 \ 25 \ 32 \ 32 \ 32 \ 37 \ 37 \ 40 \ 40 \ 40 \ 40 \ 47$   
 $37 + 37 = 74 \rightarrow \text{par}$   
 $\frac{74}{2} = 37$        $\begin{array}{r} 74 | 2 \\ 14 \ 37 \end{array}$  Respuesta

*Nota.* En las imágenes anteriores se presentan algunos de los resultados obtenidos en la segunda tarea contextualizada, donde se percibe que los estudiantes logran diferenciar el valor de la variable y la frecuencia que se indica, además, que se percatan en ordenar de manera ascendente los datos y establecer la mediana de los mismos.

Es de resaltar, que tras la intervención de la socialización de la GROS con los estudiantes, el objeto matemático de esta investigación se fortaleció en gran medida, se aclararon y diferenciaron diferentes inquietudes, adicionalmente, con la aplicación de las tareas; los estudiantes se desarrollaron mucho mejor, con más seguridad e incluso un mayor progreso a la hora de argumentar un resultado, pasaron de ver el valor como un número a intentar deducir aspectos o características que este implicaba, descubrieron que al encontrar alguna medida de centralización estaban inmersos muchos otros objetos, operaciones y procesos necesarios que habían visto y aprendido con anterioridad, sin embargo, se evidenciaron dificultades por parte de algunos estudiantes que aún persisten, tanto en la comprensión lectora a la hora de encontrar alguna medida, el conteo y diversos procesos involucrados en las mismas.

#### 4.4 Análisis e interpretación del test final

En este apartado se muestra la aplicación del respectivo análisis final presentado en la última intervención, puesto que, al realizar todas las intervenciones previstas en dicha investigación, la finalidad principal se da en base a el aprendizaje de las medidas de centralización en los estudiantes de grado sexto mediante la GROS, se estructura una serie de tareas para determinar y analizar el aprendizaje alcanzado por parte de los estudiantes, todas estas enfocadas a la comprensión del objeto matemático, a sus experiencias, actividades y diversos aspectos estadísticos, con el objeto de incentivar y generar gran interés en la resolución de dichas tareas.

Por consiguiente, se ha diseñado una tarea que involucran conceptos en los cuales los estudiantes deben afirmar o negar y otras cuatro tareas en donde los estudiantes de grado sexto deben realizar, explicar e interpretar el resultado entorno a una medida de tendencia central requerida.

Posteriormente, se analiza cada una de las tareas aplicadas y las respuestas registradas por los estudiantes.

**Tarea 1.** ¿Verdadero o Falso? Coloca una V si es verdadera la afirmación y una F si es falsa.

- La mediana es el dato que más se repite. \_\_\_\_\_
- La media es la suma de todos los datos dividido entre el número de datos. \_\_\_\_\_
- La media también es conocida como promedio. \_\_\_\_\_
- La mediana es la multiplicación de los datos. \_\_\_\_\_
- La moda es el dato que más se repite. \_\_\_\_\_

*Tabla 9. Resultados Tarea 1*

Opciones de respuesta Tarea No. 1	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Respuesta
<b>Enunciado "a"</b>			
FALSO	<b>22</b>	<b>88%</b>	<b>CORRECTA</b>
VERDADERO	3	12%	INCORRECTA
Total	25	100%	

Opciones de respuesta Tarea No. 1	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Respuesta
<i>Enunciado "b"</i>			
FALSO	2	8%	INCORRECTA
VERDADERO	<b>23</b>	<b>92%</b>	<b>CORRECTA</b>
Total	25	100%	

Opciones de respuesta Tarea No. 1	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Respuesta
<i>Enunciado "c"</i>			
FALSO	2	8%	INCORRECTA
VERDADERO	<b>23</b>	<b>92%</b>	<b>CORRECTA</b>
Total	25	100%	

Opciones de respuesta Tarea No. 1	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Respuesta
<i>Enunciado "d"</i>			
FALSO	<b>16</b>	<b>64%</b>	<b>CORRECTA</b>
VERDADERO	9	36%	INCORRECTA
Total	25	100%	

Opciones de respuesta Tarea No. 1	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Respuesta
<i>Enunciado "e"</i>			
FALSO	2	8%	INCORRECTA
VERDADERO	<b>23</b>	<b>92%</b>	<b>CORRECTA</b>
Total	25	100%	

*Nota.* En la tabla anterior, se observa que casi la totalidad de los estudiantes, es decir más del 88% tienen claridad en el concepto de la media aritmética y la moda, sin embargo, algunos estudiantes aún tienen confusión en el concepto de mediana.

**Tarea 2.** En la Institución Educativa Simón Bolívar de Quimbaya se realizará un taller de danza folclórica para los estudiantes de secundaria. En la siguiente tabla se presentan datos de las edades de los estudiantes que quieren participar y que se inscribieron al taller:

12	16	13	12	12
12	11	13	12	16
11	12	14	15	12
16	11	11	15	14

- ¿El promedio de las edades de los estudiantes que asistirán al taller de danza es? Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.
  - a. 11,9
  - b. 12
  - c. 12,7
  - d. 13

*Tabla 10. Resultados Tarea 2*

Opciones de respuesta Tarea No. 2	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje
A	1	4,00%
B	5	20,00%
C	4	16,00%
<b>D</b>	<b>15</b>	<b>60,00%</b>
Total	25	100,00%

*Nota.* En la tabla 10, se puede ver que solo un poco más de la mitad de los estudiantes tienen claro como hallar el promedio de un conjunto de datos, evidenciándose que existe dificultad para interpretar dichos datos.

**Tarea 3.** A partir de la tabla anterior, determinar cuál es la edad que ocupa la posición central en el taller de danza folclórica.

Respuesta: \_\_\_\_\_

**Tabla 11. Resultados Tarea 3**

Respuesta	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje
<b>CORRECTA</b>	<b>23</b>	<b>92%</b>
INCORRECTA	2	8%
Total	25	100%

*Nota.* En la tabla 11, se puede visualizar que más del 90% de los estudiantes, respondieron acertadamente la tarea, dejando claro que dominan el proceso de encontrar la mediana en un conjunto de datos de una situación muy cercana al entorno de los estudiantes.

**Tarea 4.** En el equipo de fútbol XTREME, hay 20 adolescentes que se prepararán para un campeonato, por lo tanto, se están haciendo pruebas para ver quien tiene mejor estado físico. A continuación, se presentan los datos del peso en kg. (Kilogramos) de los adolescentes.

<b>58</b>	<b>60</b>	<b>57</b>	<b>62</b>
<b>58</b>	<b>61</b>	<b>64</b>	<b>61</b>
<b>58</b>	<b>62</b>	<b>58</b>	<b>60</b>
<b>59</b>	<b>64</b>	<b>57</b>	<b>58</b>
<b>60</b>	<b>62</b>	<b>64</b>	<b>60</b>

- A partir del recuadro anterior, determinar cuál es el peso que ocupa la posición central (mediana) en el equipo de fútbol XTREME.
  - a. 55 kg.
  - b. 59 kg.
  - c. 60 kg
  - d. 68 kg.

**Tabla 12. Resultados Tarea 4 Ítem 1**

Opciones de respuesta Tarea No. 4	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje
A	2	8,00%
B	2	8,00%
<b>C</b>	<b>19</b>	<b>76,00%</b>
D	2	8,00%
Total	25	100,00%

*Nota.* Como se observa en la tabla 12, casi el 80% de los estudiantes respondieron correctamente al interrogante, evidenciándose que la mayoría de ellos son capaces de interpretar el conjunto de datos.

- Con respecto al peso de los adolescentes conocidos en el recuadro anterior. ¿Cuáles son los kilogramos que representa el valor de la moda de dicho conjunto de datos?

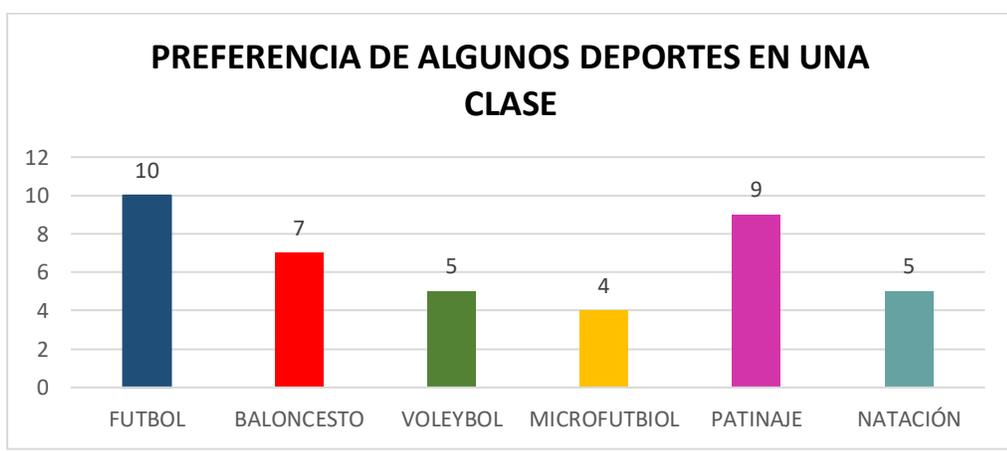
Respuesta: \_\_\_\_\_

**Tabla 13. Resultados Tarea 4 Ítem 2**

Respuesta	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje
<b>CORRECTA</b>	<b>18</b>	<b>72%</b>
INCORRECTA	7	<b>28%</b>
Total	25	100,00%

*Nota.* En la tabla anterior, se puede observar que menos de la mitad de los estudiantes se les dificulta interpretar un conjunto de datos, llevándolos a una respuesta incorrecta al interrogante correspondiente a la situación planteada.

**Tarea 5.** En un salón de primaria donde hay 40 estudiantes, se realizó una encuesta en la cual se registra la preferencia de los estudiantes hacia algunos deportes.



Utilizando los datos de la gráfica, determine la moda. Justifique su respuesta.

*Tabla 14. Resultados Tarea 5*

Posibles opciones de respuesta Tarea No. 5	Cantidad de estudiantes que responden	Porcentaje	Clasificación de respuesta
<b>FUTBOL</b>	<b>17</b>	<b>68,00%</b>	<b>CORRECTA</b>
BALONCESTO	0	0,00%	INCORRECTA
VOLEIBOL	1	4,00%	INCORRECTA
MICROFUTBOL	0	0,00%	INCORRECTA
PATINAJE	1	4,00%	INCORRECTA
NATACIÓN	0	0,00%	INCORRECTA
No respondieron	6	24,00%	
Total	25	100,00%	

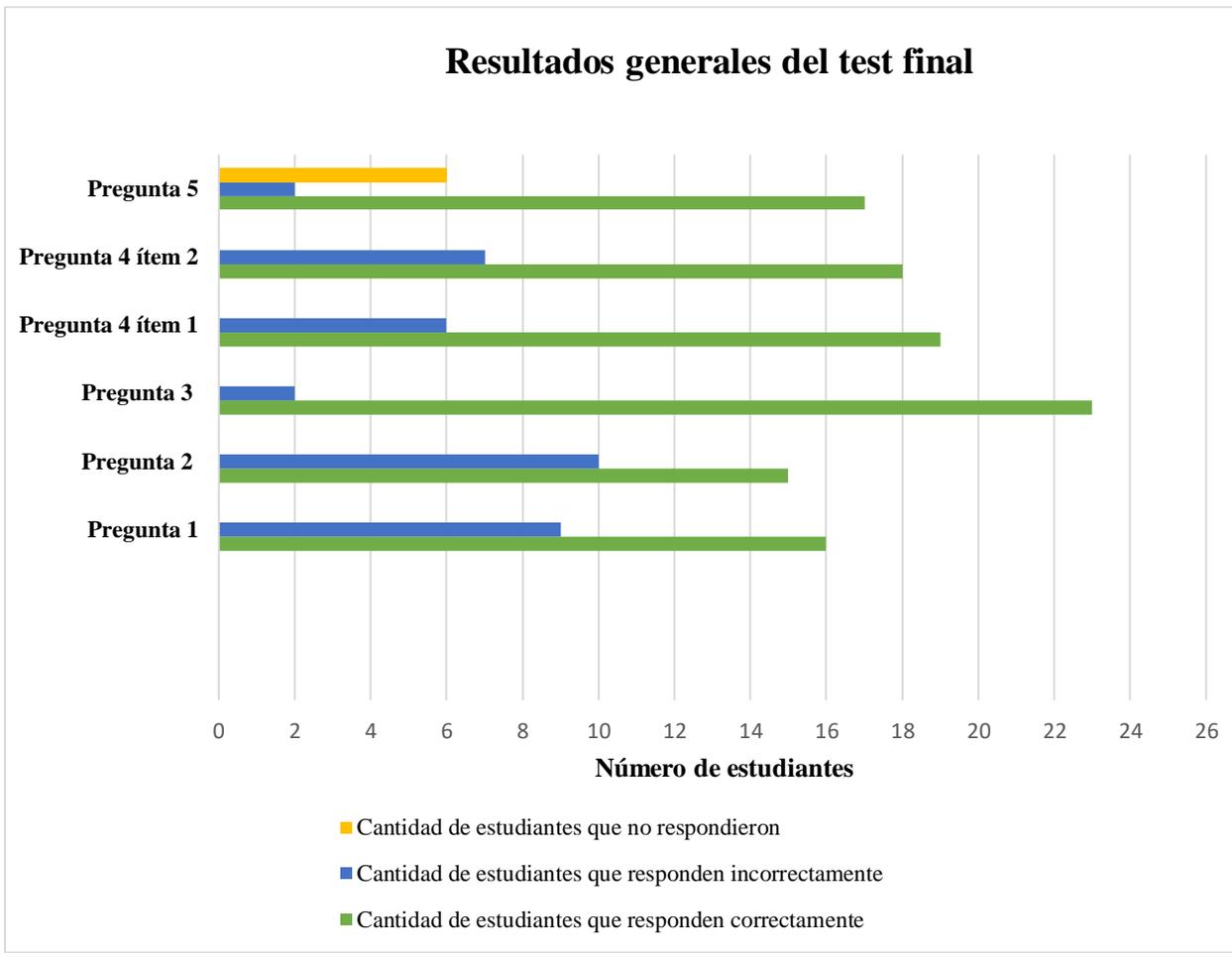
*Nota.* Se observa que en la tabla 14, el 68% de los estudiantes responden correctamente a dicha pregunta, es decir, que la mayoría de los estudiantes logran interpretar la información dada en un diagrama de barras, no obstante, el resto de los estudiantes se confunde con dicho diagrama y con los datos presentados.

*Tabla 15. Resultados Generales del Test Final*

Resultados generales del Test final						
Preguntas	Cantidad de estudiantes que responden correctamente	Cantidad de estudiantes que responden incorrectamente	Cantidad de estudiantes que no respondieron	Porcentaje de respuestas correctas	Porcentajes de respuestas incorrectas	Porcentajes de no respondidas
Pregunta 1	16	9	0	64,00%	36,00%	0,00%
Pregunta 2	15	10	0	60,00%	40,00%	0,00%
Pregunta 3	23	2	0	92,00%	8,00%	0,00%
Pregunta 4 ítem 1	19	6	0	76,00%	24,00%	0,00%
Pregunta 4 ítem 2	18	7	0	72,00%	28,00%	0,00%
Pregunta 5	17	2	6	68,00%	8,00%	24,00%

*Nota.* En esta tabla se presentan los resultados generales obtenidos por los estudiantes del test final, donde se logra evidenciar el crecimiento en los aciertos de las tareas, es decir, que los estudiantes han adquirido un aprendizaje mucho más significativo, donde disminuyen los errores y algunas dificultades son superadas.

**Figura 4. Resultados Generales. Test Final**



*Nota.* En el diagrama anterior, se muestran los resultados logrados por los estudiantes en el test final en forma gráfica; relacionando dichos resultados con los del test preliminar, se reconoce que los estudiantes han mejorado en la resolución de situaciones presentadas con las medidas de tendencia central; el aprendizaje ha incrementado, al igual que el significado que proporciona cada medida de centralización.

Por medio de las estadísticas señaladas en la tabla 15 se evidencia un crecimiento en el aprendizaje, así mismo, se reflejan ciertas dificultades que presentan los estudiantes de grado sexto, por consiguiente, es necesario mencionar los errores y dificultades presentados en base a algunos autores alrededor del objeto matemático, los diferentes saberes involucrados y procedimientos que se reflejaran en las tablas 16 y 17.

*Tabla 16. Dificultades encontradas en el aprendizaje de las MTC*

<b>Autores</b>	<b>Dificultades</b>
<b>Batanero (2000)</b>	Dificultad en comprensión de las medidas de centralización.
<b>Mayén, S. (2009)</b>	A los estudiantes se les dificulta interpretar el gráfico para la estimación de alguna medida de centralización.
<b>Del Pino, G., &amp; Estrella, S. (2012)</b>	Dificultades en el significado y argumentación de tablas, vistas como solo una ilustración.
<b>Farigua Guacaneme, K. (2016)</b>	Se les dificulta establecer el proceso de resolución, debido a la falta de claridad al momento de encontrar la mediana.
<b>Guerrero, Y. A., &amp; Torres, Y. D. (2017)</b>	Dificultad para establecer el significado de valor de alguna variable, debido a que se desconoce o existe confusión.
<b>Espinoza, R. M. (2017)</b>	Se les dificulta encontrar la media aritmética de un conjunto de datos debido a que omiten o no consideran la cantidad total de datos.
<b>de Dios, B. H. J., Gabriela, M. P., &amp; Guadalupe, R. G. M. (2019)</b>	Se les dificulta dar un significado o una interpretación al dato que obtuvieron.

*Nota.* En la tabla anterior, se señalan las dificultades reconocidas en la aplicación del test final que presentan los estudiantes, algunas persistieron desde el análisis preliminar y surgieron otras diferentes.

Del mismo modo, en la tabla 17, se indican diversos errores detectados en la resolución del test final por parte de los estudiantes, tales errores son indispensable discutir y analizar para corregirlos en el transcurso del proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, desde luego sustentados por varios autores.

*Tabla 17. Errores encontrados en el aprendizaje de las MTC*

Autores	Errores
<b>Socas, M. M. (1997)</b>	Errores de procedimiento y cálculo con el conjunto de datos y el inadecuado uso de fórmulas.
<b>Mayén, S. (2009)</b>	Se presenta el error al encontrar la mediana, debido a que los estudiantes no ordenan los datos del conjunto, ascendente o descendientemente.  Errores en cuanto a la adecuada ejecución del algoritmo o de ciertos procedimientos.
<b>Farigua Guacaneme, K. (2016)</b>	Error al no tener en cuenta si hay más de un dato con la misma frecuencia y no evidenciar la mayor frecuencia absoluta.
<b>Guerrero, Y. A., &amp; Torres, Y. D. (2017)</b>	Se presenta el error de deducir alguna información o resultado a partir de una percepción personal presentada por el estudiante omitiendo los datos que existen en una tabla de frecuencia.
<b>Estrada, A., Ricart, M., Barbero, I., Cardet, M. N., Ardiaca, M., Fornells, I., ... &amp; Mayoral, I. (2017)</b>	Errores en cuanto a la ausencia de notación matemática en los procedimientos realizados.
<b>Izquierdo Jaimes, O. F. (2021)</b>	Los estudiantes realizan una tabla con un conjunto de datos dado para mayor interpretación generando errores al usar algún algoritmo necesario.

*Nota.* En la tabla anterior, se señalan los errores reconocidos en la aplicación del test final que presentan los estudiantes, algunos de estos persistieron desde el análisis preliminar y surgieron otros diferentes.

#### 4.4.1 Análisis y discusiones

Los resultados obtenidos por los 25 estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar en el test final reflejan diversos elementos progresivos en el desarrollo del aprendizaje de las medidas de centralización, ausencias de conocimiento y avances en las distintas dificultades que presentaban inicialmente; con la aplicación de dicho test se derivan los siguientes aspectos:

- En promedio, en más del 85% del grupo de estudiantes, en los resultados de la tarea 1 se presentó una mejor comprensión de los conceptos de media aritmética y moda, puesto que, lograron realizar afirmaciones y negaciones con respecto a las definiciones de las mismas, encaminando así a los estudiantes para la adecuada resolución de las siguientes tareas.
- Una pequeña cantidad de estudiantes aun presentan confusión en cuanto a el concepto de mediana, a pesar de que diferencian sus características y en las otras tareas logran encontrarla de manera acertada, cometen el error en definir la parte procedimental que ésta conlleva con otros procesos matemáticos o algoritmos.
- Los estudiantes se toman el tiempo para procesar la información brindada en los enunciados, es decir, logran conectar en gran medida cada MTC con su significado, relacionando su terminología y proceso utilizado para determinar su respectiva solución.
- Se puede evidenciar que en los estudiantes hay un bajo porcentaje (aunque supera la mitad) de aquellos que logran interpretar de manera asertiva la información de un conjunto de datos al momento de hallar la media, pues un 40% de los estudiantes realizan de manera errónea los procedimientos con respecto a esta medida.
- Se pasó de un 44% a un 92% en el caso de la resolución de la mediana por parte de los estudiantes de grado sexto, es decir, se evidencia un alto incremento en la comprensión de la misma, pues los estudiantes al encontrarse con una tarea contextualizada referente a dicha medida, logran ordenar los datos y verificar la cantidad de los mismos para una óptima y correcta solución.

- El sexto descubrimiento va dirigido a la totalidad del grupo, ya que todos los estudiantes mostraron interés en la lectura de las tareas, lograron identificar todos los datos proporcionados por el enunciado y los datos expresados en los recuadros para el desarrollo del test, sobrepasando la dificultad de omitir información imprescindible en la ejecución de alguna MTC.
- Casi un 80% de los estudiantes logran la buena interpretación y ejecución de la mediana, evidenciándose una muy buena mejoría en la interpretación de un conjunto de datos, disminuyendo el porcentaje de aquellos estudiantes que aún presentan dificultades en la interpretación de dicha medida.
- Se observó una mejoría en los estudiantes con respecto a encontrar la moda, pues se redujo el porcentaje de aquellos que presentaban confusión en esta medida, sin embargo, se sigue evidenciando que se necesita reforzar aún más este concepto.
- A pesar de que la totalidad de los estudiantes reconocen la moda en un conjunto de datos, determinándola como el valor que más se repite, aún se presenta la dificultad de interpretar gráficos, en este caso, en el diagrama de barras, causando confusión y errores al encontrar dicha medida, descuidando cierta información que el gráfico y el enunciado proporcionan.

En el transcurso de las diferentes intervenciones propuestas por esta investigación y en particular por la aplicación del test final, donde se pretendía de alguna manera evaluar y evidenciar el aprendizaje, la comprensión y fortalecimiento generado a partir de este estudio, se presenta un adecuado manejo del objeto matemáticos en diferentes situaciones, es de resaltar que por medio de la GROS y las tareas contextualizadas los estudiantes lograron darle significado a este objeto, causando una notoria mejoría y avance.

#### **4.4.2 Evidencias durante el trabajo de campo (fase test final)**

Durante la implementación del test final, se pretende indagar el crecimiento y aprendizaje obtenido después de las intervenciones dadas, con la finalidad de ver si la investigación fue óptima y de utilidad para el proceso educativo de los estudiantes en el campo de la estadística y llegar a

realizar el respectivo análisis de los resultados alcanzados por los estudiantes de la Institución Educativa Simón Bolívar.

En base a el primer aspecto implementado en el test, se toma en consideración la claridad de las definiciones de cada MTC, debido a las afirmaciones realizadas, los estudiantes partían de algo conceptual hacia las situaciones en las cuales necesitaban realizar algunas operaciones y demás procedimientos, donde eran necesarios cálculos y argumentos. Posteriormente, se da paso a presentar algunas respuestas proporcionadas por los estudiantes de grado sexto:

**Imagen 16. Respuestas 1 y 2 Test Final: Apartado 1**

<p>1. ¿Verdadero o Falso? Coloca una V si es verdadera la afirmación y una F si es falsa.</p> <p>a. La mediana es el dato que más se repite. <u>F</u></p> <p>b. La media es la suma de todos los datos dividido entre el número de datos. <u>✓</u></p> <p>c. La media también es conocida como promedio. <u>✓</u></p> <p>d. La mediana es la multiplicación de los datos. <u>F</u></p> <p>e. La moda es el dato que más se repite. <u>✓</u></p>
<p>1. ¿Verdadero o Falso? Coloca una V si es verdadera la afirmación y una F si es falsa.</p> <p>a. La mediana es el dato que más se repite. <u>F</u></p> <p>b. La media es la suma de todos los datos dividido entre el número de datos. <u>✓</u></p> <p>c. La media también es conocida como promedio. <u>✓</u></p> <p>d. La mediana es la multiplicación de los datos. <u>F</u></p> <p>e. La moda es el dato que más se repite. <u>✓</u></p>

*Nota.* En la imagen 16, se presentan algunos resultados obtenidos por parte de los estudiantes en el apartado 1 del test final, donde se evidencia como los estudiantes determinan si una proposición es falsa o es verdadera correctamente.

Por otra parte, encontramos estudiantes que aún presentan dificultades en la asociación de los conceptos, es decir, no tienen claridad de todas las medidas de centralización, en especial en el caso de la mediana, a pesar de tener claro alguna característica carece de comprensión en base a alguna MTC.

**Imagen 17. Respuesta 3 Test Final: Apartado 1**

1. ¿Verdadero o Falso? Coloca una V si es verdadera la afirmación y una F si es falsa.

- a. La mediana es el dato que más se repite. F
- b. La media es la suma de todos los datos dividido entre el número de datos. V
- c. La media también es conocida como promedio. F
- d. La mediana es la multiplicación de los datos. V
- e. La moda es el dato que más se repite. V

**Imagen 18. Respuesta 4 Test Final: Apartado 1**

1. ¿Verdadero o Falso? Coloca una V si es verdadera la afirmación y una F si es falsa.

- a. La mediana es el dato que más se repite. V
- b. La media es la suma de todos los datos dividido entre el número de datos. F
- c. La media también es conocida como promedio. V
- d. La mediana es la multiplicación de los datos. V
- e. La moda es el dato que más se repite. F

*Nota.* En las imágenes 17 y 18, se evidencian las respuestas de dos estudiantes; en estos casos es posible ver que los estudiantes reconocen aspectos de una MTC, sin embargo, determinan si la proposición es verdadera o falsa de manera incorrecta en otras, provocando que en la ejecución de las tareas presentadas en el test contengan errores.

Continuamente, se dio paso a una tarea contextualizada, la cual pretendía encontrar dos medidas de tendencial central, donde el objeto principal va dirigido a la interpretación de la totalidad del enunciado el cual pone en contexto al estudiante sobre los datos y da pie a la resolución correcta del mismo; utilizando operaciones básicas como la suma y la división de ciertos de valores; en las siguientes figuras se muestran algunos resultados:

**Imagen 19. Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 2**

2. En la Institución Educativa Simón Bolívar de Quimbaya se realizará un taller de danza folclórica para los estudiantes de secundaria. En la siguiente tabla se presentan datos de las edades de los estudiantes que quieren participar y que se inscribieron al taller:

12	16	13	12	12
12	11	13	12	16
11	12	14	15	12
16	11	11	15	14

- ❖ ¿El promedio de las edades de los estudiantes que asistirán al taller de danza es?  
Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.

- a. 11,9  
b. 12  
c. 12,7  
d. 13

1 primero sume los datos y divide  
- R/ el promedio de las edades de los  
estudiantes es 13

12  
16  
13  
12  
12  
12  
11  
13  
12  
16  
11  
12  
14  
15  
12  
16  
11  
11  
11  
15  
+ 14  
100  
160  
13  
0

*Nota.* En la imagen anterior se presenta un ejemplo de respuesta realizado por un estudiante, en este caso se logra evidenciar que el estudiante identifica en su totalidad el enunciado y los datos que proporciona. El estudiante encuentra de manera correcta el promedio, sumando la totalidad de los datos y dividiendo dicho resultado en la cantidad de los mismos, adicionalmente, describe de manera sencilla el procedimiento, dejando claro cuál es la respuesta de la interrogante.

Seguido a este ejemplo, se presentan otras dos respuestas desarrolladas por los estudiantes:

**Imagen 20. Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 2**

2. En la Institución Educativa Simón Bolívar de Quimbaya se realizará un taller de danza folclórica para los estudiantes de secundaria. En la siguiente tabla se presentan datos de las edades de los estudiantes que quieren participar y que se inscribieron al taller:

12	16	13	12	12
12	11	13	12	16
11	12	14	15	12
16	11	11	15	14

- ❖ ¿El promedio de las edades de los estudiantes que asistirán al taller de danza es? Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.

*2 Rta:*

a. 11,9    11 | 4  
          12 | 7

b. 12        13 | 2    clasifique las edades  
              14 | 2

c. 12,7     15 | 2  
              16 | 3

d. 13        16 | 20

3  
44    260 / 20  
84    20    13  
+ 26    - 60    Promedio 13  
308    - 60  
48     - 0  
260    suma todas las edades

dividi 260 en el total  
Promedio 13  
la edad Promedio es 13

**Imagen 21. Respuesta 3 Test Final: Tarea contextualizada 2**

- ❖ ¿El promedio de las edades de los estudiantes que asistirán al taller de danza es? Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.

a. 11,9    11 | 3    16    13    12    12

b. 12        12    11    13    12    16

c. 12,7     + 11    + 12    + 14    + 15    + 12

d. 13     16    11    13    12    16

              + 16    + 11    + 14    + 15    + 12

              51    50    57    54    54

11, A veces  
12, 7 veces  
13, 2 veces  
14, 2 veces  
15, 2 veces  
16, 3 veces

51  
50  
51  
+ 54  
54  
260

260 / 20  
13

el promedio de las edades es 13 años

suma todos los datos

*Nota.* En las imágenes 20 y 21, se muestra como algunos estudiantes desarrollaron la tarea 2. En la imagen 20 se muestra como un estudiante de grado sexto llega a dar respuesta a la tarea 2, en primera instancia contando la cantidad de veces que se repite una edad, multiplicando la cantidad de veces que la edad se presenta para realizar una suma más corta y rápida, para después dar paso a la división de dicho valor entre la cantidad de datos que se proporcionan; y, en la imagen 21, se evidencia como el estudiante realiza la suma de algunos datos y va agrupando dichos resultados para la suma total, a partir de esto, el estudiante se cerciora de cuantas veces está repetido cada valor y continúa con el debido procedimiento de dividir dicha cantidad entre los 20 datos que otorgaba dicha situación.

Durante la ejecución de la tarea 2, los estudiantes de la Institución Educativa Simón Bolívar mostraron un gran progreso, debido a que en este punto comprendieron lo que se estaba pidiendo, relacionando la terminología y expresando el resultado conforme a la situación, en este caso las edades de los estudiantes, tomando en cuenta las intervenciones implementadas anteriormente enfocadas en el significado y aprendizaje de las MTC.

Una vez que los estudiantes desarrollaban esta tarea, procedían a solucionar el interrogante número 3, el cual conducía a encontrar la mediana de la tarea contextualizada anterior, dicho interrogante tenía como propósito analizar todos los datos involucrados y ver la influencia que tiene cada dato en los estudiantes, con esto, se busca evidenciar como los estudiantes organizan los datos de una situación presentada o de qué manera llegan a encontrar la respectiva medida para la obtención del resultado correcto, así mismo, ver si tienen en cuenta las tareas implementadas en la segunda intervención donde se resalta en varias ocasiones que es necesario comprobar que estén la totalidad de los datos; evitando que en el desarrollo de la misma se omita, se agregue o se repita algún valor.

Conforme al interrogante número 3, a continuación, se exponen algunas formas en las cuales los estudiantes de grado sexto abordaron el mismo:

**Imagen 22. Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 3**

3. A partir de la tabla anterior, determinar cuál es la edad que ocupa la posición central en el taller de danza folclórica.

sumo por ser par  
 $12 + 12 = 24$   
 divido entre 2  
 $\frac{24}{2} = 12$  la mediana es 12

Organizar de menor a mayor  
 11 11 11 11 12 12 12 12 12 12 12 12 13 13 14 14 15 15 16 16

Respuesta: 12

Nota. En esta imagen, se presenta el desarrollo de la tarea 3 por parte de un estudiante, se evidencia que comprende lo que es la mediana, debido a que tiene en cuenta la totalidad de los datos; los organiza de manera ascendente y da a conocer lo que realizó para encontrar dicha medida, además, de que identifica que la cantidad de datos es número par, por lo que decide encontrar la mediana de manera acertada con los datos centrales.

Igualmente, a continuación, se presenta otro resultado realizado por un estudiante de grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar.

**Imagen 23. Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 3**

3. A partir de la tabla anterior, determinar cuál es la edad que ocupa la posición central en el taller de danza folclórica.

11 11 11 11 12 12 12  
 12 12 12 12 13 13 14  
 14 15 15 16 16 16

Es par  $12 + 12 = 24$   
 organice todos los datos.  $\frac{24}{2} = 12$

Respuesta: 12

Nota. En la imagen 23, se evidencia lo que un estudiante realiza para encontrar la mediana, partiendo de la organización de los datos suministrados por la tarea y evidenciando de que quedan dos valores que ocupan la posición central, por ende, el estudiante procede a realizar dos operaciones, en este caso, suma dichos valores y divide su resultado entre dos, permitiéndole así encontrar correctamente la mediana.

Tan pronto los estudiantes terminaban de responder la tarea 3, se encontraban con una nueva tarea contextualizada relacionada con los deportes, esta situación es referente a un campeonato de fútbol con el fin de causar interés y predisposición a la hora de desarrollarla, dicha tarea se plantea con el fin de constatar como los estudiantes proceden a encontrar alguna MTC de acuerdo a un conjunto de datos, si proceden igual que las anteriores tareas o se mantiene el progreso del aprendizaje obtenido tras las diferentes intervenciones hechas en el aula de clase, adicionalmente, si logran responder conforme a lo planteado con la respectiva unidad utilizada. A partir de lo expresado por dicha tarea, se presentan algunas respuestas desarrolladas por los estudiantes:

**Imagen 24. Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 4 Ítem 1**

4. En el equipo de fútbol XTREME, hay 20 adolescentes que se prepararán para un campeonato, por lo tanto, se están haciendo pruebas para ver quien tiene mejor estado fisico. A continuación, se presentan los datos del peso en kg. (Kilogramos) de los adolescentes.

58	60	57	62
58	61	64	61
58	62	58	60
59	64	57	58
60	62	64	60

- ❖ A partir del recuadro anterior, determinar cuál es el peso que ocupa la posición central (mediana) en el equipo de fútbol XTREME.

a. 55 kg.     54 | 2

b. 59 kg.     59 | 4

c. 60 kg.     60 | 3

d. 68 kg.     64 | 3

54 54 58 58 58 58 58 58 58 59

60 60 60 60 64 64 62 62 62

64 64 64

60 + 60 = 120

120 / 2 = 60

*Nota.* En la imagen anterior, se muestra como un estudiante de la Institución Educativa Simón Bolívar realiza la tarea 4, en este caso el estudiante primero determina la cantidad de veces que un dato se repite para pasar a organizarlos de manera ascendente y discriminando por ambos extremos valores, para así llegar al valor que ocupa la posición central acertadamente.

A continuación, se presenta otro ejemplo de respuesta de uno de los estudiantes:

**Imagen 25. Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 4 Ítem 1**

4. En el equipo de fútbol XTREME, hay 20 adolescentes que se prepararán para un campeonato, por lo tanto, se están haciendo pruebas para ver quien tiene mejor estado físico. A continuación, se presentan los datos del peso en kg. (Kilogramos) de los adolescentes.

58	<del>60</del>	<del>57</del>	62
58	61	<del>61</del>	<del>61</del>
58	<del>62</del>	58	<del>60</del>
<del>59</del>	64	<del>57</del>	58
<del>60</del>	<del>62</del>	64	<del>60</del>

- ❖ A partir del recuadro anterior, determinar cuál es el peso que ocupa la posición central (mediana) en el equipo de fútbol XTREME.
- a. 55 kg.  $\textcircled{H}$  Organizar de menor a mayor
- b. 59 kg. ~~57-57-58-58-58-58-58-58-59-60-60-60-60~~
- c. 60 kg** ~~57-61-62-62-62-62-64-64-64-64~~
- d. 68 kg. 60 kg       $60 + 60 = 120$        $\frac{120}{2} = 60 \text{ kg}$

*Nota.* En la imagen 25, se presenta el desarrollo de una tarea perteneciente al test final por parte de un estudiante de grado sexto, donde se evidencia la forma de ejecución para dar respuesta, el estudiante empieza a organizar e ir marcando el dato representado para que no omita ningún valor, encontrando acertadamente la mediana, sin dejar atrás la unidad empleada en dicha situación.

Adicionalmente, en la tarea número 4 se plantea encontrar la moda de dichos valores representados en kilogramos, esto con el fin de que utilicen el procedimiento empleado con anterioridad en la mediana para identificar de una forma más sencilla ese valor representativo. En las siguientes figuras se muestran algunas respuestas dadas por los estudiantes:

**Imagen 26. Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 4 Ítem 2**

❖ Con respecto al peso de los adolescentes conocidos en el recuadro anterior. ¿Cuáles son los kilogramos que representa el valor de la moda de dicho conjunto de datos?

Respuesta: 58 kg.

57	= 2
58	= 5
59	= 1
60	= 4
61	= 2
62	= 3
64	= 3

la moda es 58 kg

*Nota.* En la imagen anterior, se evidencia como el estudiante procede a encontrar la moda del respectivo conjunto de datos, determinando que la moda es el valor con mayor frecuencia, dando así una respuesta correcta.

**Imagen 27. Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 4 Ítem 2**

❖ Con respecto al peso de los adolescentes conocidos en el recuadro anterior. ¿Cuáles son los kilogramos que representa el valor de la moda de dicho conjunto de datos?

Respuesta: 58 kg

57	2
58	5
59	1
60	4
61	2
62	3
64	3

57 57 58 58 58 58 58 59 60  
60 60 61 61 62 62 64 64 64

moda

*Nota.* En la imagen 27, se presenta la manera en cómo el estudiante desarrolla la respectiva tarea aplicada, en donde parte de la organización del ítem 1 y elabora una tabla de frecuencia sencilla con el valor de la variable y sus respectivas frecuencias, permitiéndole encontrar la moda de manera correcta.

Finalmente, en la aplicación del test final se realizó la tarea número 5; esta tenía la finalidad de evidenciar cómo los estudiantes interpretaban una situación contextualizada por medio de un diagrama de barras, además de ver si persisten las dificultades en cuanto a la comprensión de información expresada en distintas formas que permite la estadística. Posteriormente, se da paso a presentar algunos resultados obtenidos.

**Imagen 28. Respuesta 1 Test Final: Tarea contextualizada 5**

5. En un salón de primaria donde hay 40 estudiantes, se realizó una encuesta en la cual se registra la preferencia de los estudiantes hacia algunos deportes.



Utilizando los datos de la gráfica, determine la moda. Justifique su respuesta.

5 La moda es fútbol porque tiene la máxima votación.

Fútbol = 10  
 Baloncesto = 7  
 Voleibol = 5  
 Microfutbol = 4  
 Patinaje = 9  
 Natación = 5

Justificación = en la moda ~~sea~~ es el mayor número que era 10 y era fútbol

*Nota.* En el resultado anterior, se muestra el desarrollo realizado por un estudiante, con respecto a la tarea 5, evidenciándose que tiene claro el concepto de moda, respondiendo correctamente y elaborando una lista con el valor de la variable y su frecuencia; la cual le permite interpretar mucho mejor los datos proporcionados por el gráfico.

**Imagen 29. Respuesta 2 Test Final: Tarea contextualizada 5**

5. En un salón de primaria donde hay 40 estudiantes, se realizó una encuesta en la cual se registra la preferencia de los estudiantes hacia algunos deportes.



Utilizando los datos de la gráfica, determine la moda. Justifique su respuesta.

de 40 estudiantes 10 les gusta el futbol y el 10 es el que más se repite

*Nota.* En la imagen anterior, se presenta otro ejemplo de respuesta realizada por un estudiante, donde de manera visual logra determinar cuál es la moda en dicha situación, expresando la característica de la moda y respondiendo adecuadamente.

En consecuencia, después de la aplicación de las diferentes tareas contextualizadas, basadas en el desarrollo de la GROS, se resalta el gran avance que los estudiantes tuvieron con respecto al concepto de cada una de las medidas de tendencia central, pues con cada tarea realizada en el test final, se evidencia un aumento en el porcentaje de los estudiantes; los estudiantes le dan más valor al resultado obtenido para cada medida, puesto que lo relacionan con el interrogante y proceden a dar una mejor respuesta a este; tienen en cuenta toda la información suministrada en una tarea respectivamente y esto lleva a que los estudiantes pueden ejecutar de manera asertiva todos los procedimientos y el desarrollo de la tarea como tal, no obstante, sigue existiendo (en un porcentaje bajo) estudiantes que aún presentan dificultades a la hora de enfrentarse a una MTC en diferentes contextos y expresadas en diferentes métodos estadísticos.

#### 4.5 Codificación y categorización de las dificultades y errores encontrados

Teniendo en cuenta las dificultades y errores encontrados en los estudiantes en el transcurso de la investigación (ver tablas 6, 7, 16 y 17), se procede a realizar una codificación de cada una de estas.

*Tabla 18. Codificación. Dificultades y Errores encontrados*

DIFICULTADES	
CODIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
D1	Dificultad debido a la desinformación sobre su desarrollo intelectual.
D2	Dificultad en la comprensión de las medidas de centralización.
D3	Dificultad en la comprensión de la media aritmética cuando arroja un valor decimal.
D4	Dificultad entre la terminología de las MTC.
D5	Dificultad en el significado y argumentación de tablas.
D6	Dificultad para establecer el significado de valor de alguna variable.
D7	Dificultad para dar un significado o una interpretación al dato que se obtuvo.
D8	Dificultad en la interpretación de gráficos para la estimación de alguna medida de centralización.
D9	Dificultad para establecer el proceso de resolución, debido a la falta de claridad al momento de encontrar la mediana.
D10	Dificultad para encontrar la media aritmética de un conjunto de datos debido a que omiten o no consideran la cantidad total de datos.
E1	Error de procedimiento y cálculo con el conjunto de datos.
E2	No diferencian la frecuencia con el valor de la variable.
E3	Error al comprobar el comportamiento de los datos.
E4	Error en la ubicación de la coma.
E5	Error al deducir por simple inspección el resultado.
E6	Error al omitir notación matemática en los procedimientos.
E7	No maneja el concepto de mediana, error al no ordenar los datos.
E8	Error al no reconocer cual es la frecuencia mayor.
E9	Error al uso inadecuado de un algoritmo, a partir de la creación de una tabla.

*Nota.* En la tabla anterior, se muestra la codificación de cada una de las dificultades y los errores encontrados en la aplicación del Test Preliminar y del Test Final en los estudiantes de grado sexto.

En primera instancia, se esquematizaron las dificultades y errores, para luego determinar por medio de una tabla (ver tabla 19), la correspondencia de estas a cada faceta perteneciente a la idoneidad didáctica; en este caso, la epistémica y la cognitiva, llevando a cabo la comparación de los resultados del análisis preliminar y del análisis final.

Debido a que esta investigación se enfoca únicamente en las idoneidades cognitiva y epistémica, es necesario tener en cuenta cada uno de sus componentes e indicadores (Godino 2011), para así, realizar la respectiva categorización de los errores y dificultades encontrados (ver tabla 18).

**Tabla 19.** Componentes e Indicadores de Idoneidad Epistémica

COMPONENTES	INDICADORES
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.</li> <li>▪ Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).</li> </ul>
Lenguajes	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre las mismas.</li> <li>▪ Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige.</li> <li>▪ Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación.</li> </ul>
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen.</li> <li>▪ Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.</li> </ul>
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen.</li> <li>Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar.</li> </ul>
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.</li> <li>Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas.</li> </ul>

*Tabla 20. Componentes e Indicadores de Idoneidad Cognitiva*

COMPONENTES	INDICADORES
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio).</li> <li>Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.</li> </ul>
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.</li> <li>Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.</li> </ul>
Aprendizaje: (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica: situaciones, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones, argumentos y relaciones entre los mismos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos (incluyendo comprensión y competencia).</li> <li>Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva.</li> <li>La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia.</li> <li>Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.</li> </ul>

**Tabla 21. Categorización. Dificultades y Errores**

CODIFICACIÓN	CATEGORÍA	RESULTADO 1	RESULTADO 2	DESCRIPCIÓN
D1	Faceta Cognitiva	16,00%	8,00%	Los estudiantes presentan un avance en su desarrollo debido a la lectura repetitiva.
D2	Faceta Cognitiva	88,00%	28,00%	Los estudiantes comprenden con mayor facilidad cada una de las MTC.
D3	Faceta Cognitiva	100,00%	0,00%	Únicamente se evidenció dicha dificultad en el test preliminar.
D4	Faceta Cognitiva	76,00%	36,00%	Los estudiantes tienen una mayor claridad en el concepto de cada MTC.
D5	Faceta Epistémica	56,00%	36,00%	Los estudiantes muestran una mejoría en la comprensión de datos dados en una tabla.
D6	Faceta Cognitiva	100,00%	64,00%	Los estudiantes dan más importancia a los datos obtenidos y los describen.
D7	Faceta Epistémica	100,00%	32,00%	Los estudiantes justifican los datos obtenidos y dan un significado a este.
D8	Faceta Epistémica	0,00%	32,00%	Únicamente se evidenció dicha dificultad en el test final.
D9	Faceta Cognitiva	48,00%	8,00%	Los estudiantes tienen mayor claridad del concepto de mediana y su respectivo procedimiento.
D10	Faceta Epistémica	92,00%	40,00%	Los estudiantes presentaron mejoría en la agrupación de todos los datos.
E1	Faceta Epistémica	60,00%	28,00%	Los estudiantes tienen un gran progreso en cuanto a la decisión de los procedimientos a utilizar, además, de verificar cada cálculo realizado.



<b>E2</b>	Faceta Cognitiva	8,00%	12,00%	Los estudiantes se toman el tiempo de analizar cuál es el valor de la variable y su respectiva frecuencia para determinar algún resultado.
<b>E3</b>	Faceta Epistémica	84,00%	40,00%	Los estudiantes disminuyen el error en cuanto al comprobar el comportamiento de los datos, logrando así establecer de qué tratan y qué significado proporciona la medida de centralización obtenida.
<b>E4</b>	Faceta Cognitiva	100,00%	0,00%	Dicho error se mantuvo en la totalidad de los estudiantes, el cual solo se presentó en el test preliminar.
<b>E5</b>	Faceta Cognitiva	72,00%	20,00%	El porcentaje de este error bajó en gran medida; los estudiantes lograron desarrollar procedimientos derivados de las MTC para obtener un resultado correcto.
<b>E6</b>	Faceta Cognitiva	64,00%	28,00%	Los estudiantes entendieron la importancia de usar notación o símbolos matemáticos.
<b>E7</b>	Faceta Cognitiva	64,00%	16,00%	Los estudiantes evidenciaron la importancia de organizar los datos para responder acertadamente frente a el interrogante planteado.
<b>E8</b>	Faceta Cognitiva	24,00%	32,00%	Un grupo de estudiantes genera confusión en las diferentes formas en que se proporciona la información, causando que persista o incluso aumente este error.
<b>E9</b>	Faceta Epistémica	56,00%	20,00%	Los estudiantes demuestran una mejoría en la utilización de los datos presentados en una tabla.

#### 4.5.1 Análisis y discusiones

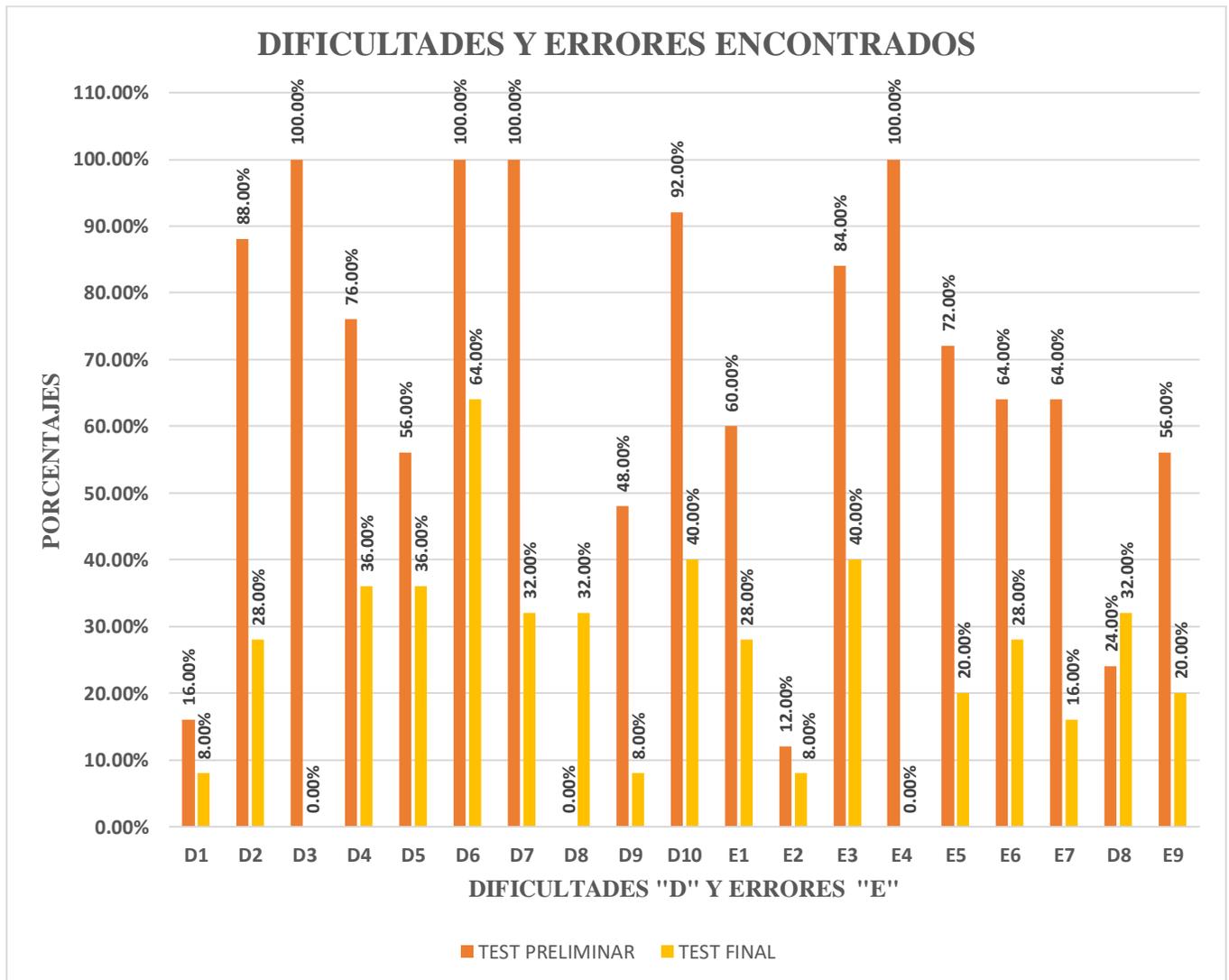
Considerando las diversas intervenciones y test obtenidos por los estudiantes de grado sexto, se refleja un incremento en el aprendizaje de las medidas de tendencia central por cada uno de ellos; adicionalmente, realizando una comparación de dichos resultados se logran establecer las siguientes características:

- Se evidencia que en los estudiantes hubo un mejoramiento con respecto al concepto de cada una de las medidas de tendencia central, puesto que al hacer la comparación entre el test preliminar y el test final se observa la mejoría en la resolución de cada tarea, logrando así, un mejor resultado y mejoría en las dificultades de cada medida.
- Teniendo en cuenta las dificultades y errores encontrados por los estudiantes en las diferentes intervenciones, se logra observar en gran medida que la mayoría son superadas en un alto porcentaje, demostrando que la metodología planteada fue pertinente para mejorar el aprendizaje de las MTC, en este caso en los estudiantes de grado sexto.
- Los estudiantes abordan cada tarea con mayor seguridad, dejando en evidencia un mejor manejo respecto a una medida de centralización en la situación planteada, permitiéndoles un mejor uso de sus procedimientos, llevándolos a resultados más asertivos.
- A partir de tabla 19, se evidencia en gran medida que los estudiantes alcanzan a establecer un significado al encontrar una medida de centralización, pasando de ver el resultado como un simple valor a establecer un significado o argumentar algún aspecto relacionado a la situación presentada.
- Se observa que los estudiantes tienen un avance en la interpretación de datos presentados en una tabla o gráfico; se evidencia mejoría en la asignación del significado de cada dato presentado en ella y dan el valor correspondiente a cada variable.
- Más del 70% de los estudiantes, alcanzó a determinar la importancia de los símbolos y la notación matemática a la hora de realizar algún procedimiento o algoritmo, permitiendo dar a conocer que operación o algoritmo desarrolló y viendo la eficacia del mismo.

- En cuanto a la mediana, los estudiantes presentaron el error al no manejar correctamente dicha medida, ya que establecían el respectivo resultado a partir del conjunto de datos en desorden, dicho error disminuyó altamente tras las intervenciones y proporcionando que por más sencillo que parezca el encontrar la mediana de forma correcta se necesita la organización de los datos ya sea de manera ascendente o descendente.
- Se puede ver reflejado en los estudiantes la importancia de justificar los procedimientos utilizados para la obtención de cada medida, pues les permite una mejor claridad del resultado al que deben llegar.

Obtenidos los resultados de la tabla 19, se presentan de otra manera estos mismos, donde se muestra la disminución de las dificultades y errores presentados en los estudiantes de grado sexto frente al aprendizaje de las medidas de tendencia central.

Figura 5. Resultados. Test Preliminar - Test Final



## CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta todo lo de desarrollado en el transcurso de la investigación, las diferentes intervenciones y los diferentes test aplicados a los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar del municipio de Quimbaya (Quindío) a partir del aprendizaje y fortalecimiento del mismo alrededor de las medidas de centralización y de acuerdo a cada uno de los objetivos planteados para la investigación, se pudo llegar a las siguientes conclusiones:

- ✓ Se pudo evidenciar que el aprendizaje y la enseñanza de las medidas de tendencia central se queda corta para la importancia que debe tener en la enseñanza de las matemáticas, puesto que los estudiantes de grado sexto no tienen una buena formación en dicho objeto matemático y al momento de enfrentarse a estas en diferentes contextos se presenta una gran dificultad.
- ✓ El papel del docente es bastante significativo en el aprendizaje de los estudiantes, debido a que en la forma que aborde los conceptos y brinde la información respectiva, le genera al estudiante el interés necesario para su aprendizaje y adquisición de nuevos conocimientos, pues es muy importante que el estudiante esté interesado en aprender.
- ✓ Los estudiantes de básica secundaria presentan dificultades en la comprensión de las medidas de tendencia central, se presenta mucha confusión entre los conceptos de cada una de estas, generando que al momento de enfrentarse a una situación que implique la aplicación de las mismas, se les dificulta decidir cuál de las medidas utilizar, llevándolos a procedimientos erróneos y aplicación incorrecta de la medida respectiva que la situación plantea.
- ✓ Este estudio fue fundamental llevarlo a cabo, en vista de que en dicha institución educativa se evidenció que la estadística no era de gran relevancia para los estudiantes de grado sexto, ocasionando incertidumbre frente a algunas situaciones de su entorno, donde deben de tomar decisiones o interpretar el comportamiento de algún conjunto de datos; además, dicha investigación permitió descubrir que los estudiantes de grado sexto siguen presentando varias dificultades y errores alrededor de las MTC.

- ✓ Con respecto a la articulación de esta investigación con el Enfoque Ontosemiótico y las facetas estudiadas, se infiere que es notable como la parte cognitiva, epistémica e incluso la afectiva son de gran relevancia, en primera instancia porque existen ciertos aspectos en el desarrollo intelectual de algunos estudiantes que impiden la adquisición y comprensión de conocimientos estadísticos nuevos, por otra parte, todo lo relacionado a la parte procedimental, a la aplicación de fórmulas y diferentes representaciones se generan ciertos conflictos que impiden desarrollar acertadamente un problema y en cuanto a la parte afectiva, en consideración a que en la mayoría de los casos no se genera emoción o motivación en las diferentes situaciones presentadas en las MTC, causando que el estudiante no obtenga el interés suficientes para resolver dichas situaciones.
- ✓ Se logró evidenciar que, con las diferentes intervenciones y la aplicación de la propuesta de aprendizaje de esta investigación, los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Simón Bolívar de Quimbaya tienen un mejor desarrollo al momento de la resolución de alguna de las MTC; se reflejó que hay una buena interpretación en la lectura, llevándolos a que aborden con más seguridad una tarea y que exista una buena aplicación de las medidas de tendencia central en la situación planteada.
- ✓ Se observó que los estudiantes de grado sexto muestran mayor interés por aquellas tareas que contienen información más significativa para ellos, es decir, aquellas situaciones más comunes para su entorno y que en ocasiones pueden ser actividades que desarrollen en su día a día; se logra una mejor aceptación del concepto relacionado con estas tareas, su buena aplicación, buen desarrollo y conclusión del mismo.
- ✓ De acuerdo con el análisis epistémico y cognitivo realizado, donde se pretende manifestar las diferentes causas en las que los estudiantes presentan falencias al momento de resolver alguna situación, además de los significados relacionados con el objeto matemático supuesto, se da un progreso en el aprendizaje y en los significados pretendidos institucionales y personales adquiridos por los estudiantes, ya que la investigación dio paso a que los estudiantes interpreten favorablemente la media, la moda y la mediana en las diferentes tareas implementadas; la construcción de dichos

significados se dio en gran parte a la utilización de las GROS y la lectura realizada por parte de los estudiantes, donde se tomaban el tiempo necesario para comprender y desarrollar cada situación.

- ✓ Con respecto a la aplicación de La Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS), es muy notorio que su implementación es un acierto muy positivo para la comprensión del objeto matemático utilizado en esta investigación, puesto que brinda un mejor desarrollo en la tarea respectivamente aplicada, le ayuda al estudiante a entender de mejor manera las situaciones planteadas para la aplicación de alguna de las medidas de tendencia central.
- ✓ En cuanto a la elaboración de las diferentes tareas, se obtuvo un mayor desempeño, no obstante, se podían adicionar más preguntas en las que los estudiantes logran argumentar en gran medida el uso y aplicación de las medidas de centralización, e incorporando las diferentes formas de obtener un conjunto de datos, como las encuestas, las tablas y diversos gráficos; permitiendo así articular algunos conocimientos previos del campo de la estadística a las MTC.
- ✓ La aplicación de esta investigación, nos ha permitido el avance con respecto a la elaboración de las diferentes tareas que se pueden aplicar y la metodología que puede ser utilizada para un buen aprendizaje y comprensión de las medidas de tendencia central, ya que brinda a los estudiantes un mejor desempeño en la resolución de las tareas propuestas y de las diferentes actividades relacionadas con estas.
- ✓ En conclusión, la presente investigación generó grandes beneficios en los estudiantes de grado sexto, en los docentes y en nosotras como estudiantes de Licenciatura en Matemáticas; destacando algunas de estas, como la apropiación que puede adquirir un estudiante frente a un objeto matemático, el trabajo en equipo, en cuanto a la aclaración de los diferentes conceptos por parte de los estudiantes, la metodología y el tiempo usado para desarrollar la investigación, donde se toma en consideración a la hora de desempeñar el papel docente, ya que desde allí es posible adaptar diferentes aspectos, actividades y tareas que brinden un óptimo aprendizaje.

## PROYECCIONES

En última instancia, con la investigación presentan algunas recomendaciones que pueden ayudar a la enseñanza-aprendizaje de las medidas de tendencia central.

- ✓ De manera general, se recomienda y es clara la necesidad que existe en la profundización en los temas del campo de la estadística, debido a que estos son de gran importancia y son implementados en situaciones de la vida diaria para dar un argumento o conclusión, es pertinente abordarlas e ir articulando dichos conocimientos a temprana edad en los estudiantes.
- ✓ Es necesario la implementación de nuevas estrategias para la enseñanza de las medidas de tendencia central, diseñar propuestas didácticas que ayuden a su mejor comprensión y que les brinde a los estudiantes el interés de aprender y adquirir nuevos conocimientos, al igual que fortalecer conocimientos previos.
- ✓ Es importante que todas las instituciones educativas y los docentes incorporen y potencialicen en gran medida las MTC, reconociéndolas no solo como el valor numérico si no otorgándoles sus respectivos significados al haber encontrado una de las mismas.
- ✓ En lo que respecta a la integración de diferentes tareas, se recomienda tener en cuenta los temas en que el estudiante dirige toda su atención, haciéndolo partícipe de las actividades, provocando diferentes interacciones entre los estudiantes, los docentes y los diferentes actores partícipes en el ambiente educativo, además, de buscar que ellos cada vez se adapten y habitúen a la terminología usada en las diferentes situaciones planteadas.
- ✓ Se recomienda trabajar en todas las posibles situaciones, para generar que los estudiantes diferencien cada concepto y procedimiento, logrando reducir en lo posible todas las dificultades que se presentan alrededor de las MTC.
- ✓ Se sugiere llevar este estudio descriptivo a un nivel inferencial, implementado situaciones de interés y relevancia del día a día de los estudiantes para poder establecer y deducir diversas conclusiones de manera general acerca de la enseñanza-aprendizaje de las MTC.

## ANEXOS

### Anexo 1. Test Preliminar



UNIVERSIDAD  
DEL QUINDÍO

Medidas de Tendencia central

Análisis Preliminar  
Institución Educativa Simón Bolívar  
Estadística  
Grado sexto



Lee atentamente la siguiente información y de acuerdo con el análisis de estas y sus respectivos saberes previos determine:

1. Relaciona los siguientes conceptos estadísticos con la definición que crea correcta.

Moda

Valor que más se repite

Media

Valor promedio de los datos

Mediana

Valor intermedio de los datos

2. En una institución educativa de Armenia se realizará un campeonato de voleibol, para llevarlo a cabo se necesitan cuatro equipos conformados por 6 estudiantes cada uno y se solicita que los participantes sean los estudiantes de noveno y tengan una estatura mínima de 1.65 m, los estudiantes que cumplen con estos requisitos se muestran en la siguiente tabla:

1.65	1.65	1.65	1.68	1.68	1.69
1.70	1.70	1.70	1.70	1.65	1.66
1.69	1.72	1.67	1.71	1.70	1.69
1.66	1.72	1.68	1.67	1.70	1.65

- ¿El promedio de estatura de los estudiantes que podrán participar en el campeonato de voleibol es? Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.

- a. 1.65 m
- b. 1.70 m
- c. 1.69 m
- d. 1.68 m

- Con respecto a la estatura conocida en la tabla anterior:

- a. ¿Cuál es la moda de dichos datos?

\_\_\_\_\_

3. En los exámenes finales de matemáticas 24 estudiantes de grado noveno obtuvieron las siguientes notas en el primer periodo:

Nota de examen	fi
2,5	5
3,2	3
3,8	6
4,0	1
4,2	7
4,8	2

¿Según esos datos cual será el dato que ocupa la posición central “Mediana”?

\_\_\_\_\_

## Anexo 2. La Gros

### GUIA PARA EL RECONOCIMIENTO DE OBJETOS Y SIGNIFICADOS

Tipos de objetos	Significados (relación de referencia o de uso)
<b>SITUACIONES PROBLEMAS</b>	
<b>ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS (Términos y expresiones matemáticas: símbolos, representaciones gráficas ...)</b>	
<b>CONCEPTOS (Entidades matemáticas para las cuales se puede formular una definición más o menos formal)</b>	
<b>PROCEDIMIENTOS (Técnicas, operaciones, algoritmos)</b>	
<b>PROPIEDADES (Enunciados para los cuales se requiere una justificación o prueba)</b>	
P <sub>1</sub> :	
P <sub>2</sub> :	
P <sub>3</sub> :	
<b>ARGUMENTOS (Justificaciones, demostraciones o pruebas de las propiedades usadas)</b>	
A <sub>1</sub> :	
A <sub>2</sub> :	
<b>Conflictos potenciales</b>	
•	

### Anexo 3. Tareas contextualizadas



Institución Educativa Simón Bolívar  
Estadística  
Grado sexto



#### Medidas de Tendencia central

Lee atentamente la siguiente información y de acuerdo con el análisis de estas y sus respectivos saberes previos determine.

1. En Colombia en la empresa de textil MIL TELAS, se encuentran 12 trabajadores asignados al área de calidad, que en el mes de enero dieron positivo para COVID\_19 sin saber quién fue el primer contagiado, un protocolo se llevó a cabo y cada uno de ellos registró los días en los que se presentó el primer síntoma relacionado con este virus, dichos días son:  
2, 4, 2, 5, 3, 1, 7, 5, 2, 1, 6, 8.
  - De acuerdo con los días registrados por los trabajadores, determinar el promedio y qué día se presentaron más síntomas. (Nombrar el procedimiento que realizaron)
2. Los 12 trabajadores podrán acceder a la primera dosis de la vacuna contra el covid-19 a los 90 días después del contagio. La siguiente tabla muestra las edades de los 12 trabajadores.

Edad	fi
25	2
32	3
37	2
40	4
47	1

- Determinar cuál es la edad que ocupa la posición central y seleccionar en que rango se encuentra: \_\_\_\_\_
  - a. Entre 28 y 30
  - b. Entre 31 y 34
  - c. Entre 36 y 39
  - d. Entre 40 y 43

#### Anexo 4. Test final



Análisis Final  
Institución Educativa Simón Bolívar  
Estadística  
Grado sexto



#### Medidas de Tendencia central

Lee atentamente la siguiente información y de acuerdo con el análisis de estas y sus respectivos saberes previos determine.

1. ¿Verdadero o Falso? Coloca una V si es verdadera la afirmación y una F si es falsa.
  - a. La mediana es el dato que más se repite. \_\_\_\_\_
  - b. La media es la suma de todos los datos dividido entre el número de datos. \_\_\_\_\_
  - c. La media también es conocida como promedio. \_\_\_\_\_
  - d. La mediana es la multiplicación de los datos. \_\_\_\_\_
  - e. La moda es el dato que más se repite. \_\_\_\_\_
  
2. En la Institución Educativa Simón Bolívar de Quimbaya se realizará un taller de danza folclórica para los estudiantes de secundaria. En la siguiente tabla se presentan datos de las edades de los estudiantes que quieren participar y que se inscribieron al taller:

<i>12</i>	<i>16</i>	<i>13</i>	<i>12</i>	<i>12</i>
<i>12</i>	<i>11</i>	<i>13</i>	<i>12</i>	<i>16</i>
<i>11</i>	<i>12</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>12</i>
<i>16</i>	<i>11</i>	<i>11</i>	<i>15</i>	<i>14</i>

❖ ¿El promedio de las edades de los estudiantes que asistirán al taller de danza es?  
Describir el procedimiento y las operaciones que realizó.

- a. 11,9
- b. 12
- c. 12,7
- d. 13

3. A partir de la tabla anterior, determinar cuál es la edad que ocupa la posición central en el taller de danza folclórica.

Respuesta: \_\_\_\_\_

4. En el equipo de fútbol XTREME, hay 20 adolescentes que se prepararán para un campeonato, por lo tanto, se están haciendo pruebas para ver quien tiene mejor estado físico. A continuación, se presentan los datos del peso en kg. (Kilogramos) de los adolescentes.

<i>58</i>	<i>60</i>	<i>57</i>	<i>62</i>
<i>58</i>	<i>61</i>	<i>64</i>	<i>61</i>
<i>58</i>	<i>62</i>	<i>58</i>	<i>60</i>
<i>59</i>	<i>64</i>	<i>57</i>	<i>58</i>
<i>60</i>	<i>62</i>	<i>64</i>	<i>60</i>

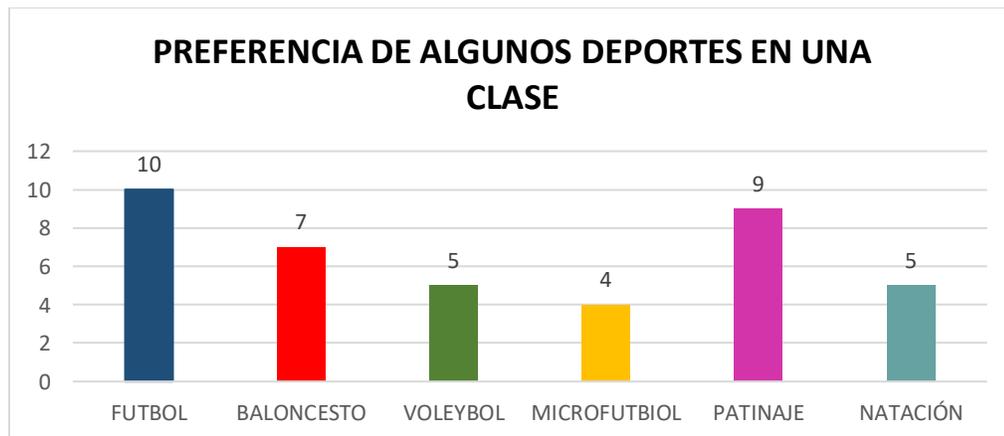
- ❖ A partir del recuadro anterior, determinar cuál es el peso que ocupa la posición central (mediana) en el equipo de fútbol XTREME.

- a. 55 kg.
- b. 59 kg.
- c. 60 kg
- d. 68 kg.

- ❖ Con respecto al peso de los adolescentes conocidos en el recuadro anterior. ¿Cuáles son los kilogramos que representa el valor de la moda de dicho conjunto de datos?

Respuesta: \_\_\_\_\_

5. En un salón de primaria donde hay 40 estudiantes, se realizó una encuesta en la cual se registra la preferencia de los estudiantes hacia algunos deportes.



Utilizando los datos de la gráfica, determine la moda. Justifique su respuesta.

### Anexo 5. Fotos trabajo de campo



## REFERENCIAS

- Alveal, F. E. R., Fuentes, A. C. M., & Rubilar, P. R. S. (2016). Comprensión de las medidas de tendencia central: un estudio comparativo en estudiantes de pedagogía en matemática en dos instituciones formadoras chilenas. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior (Campinas)*, 21, 929-952.
- Aymemí, J. M. F. ANALISIS DE LAS ACTITUDES Y CONOCIMIENTOS ESTADISTICOS ELEMENTALES EN LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO.
- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P., y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno. Revista Didáctica de las Matemáticas*, 25, 41-58.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., & Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 83, 7-18.
- Bisquerra, R., Y Alzina, R. B. (2004). *Metodología de la investigación educativa* (Vol. 1). Editorial La Muralla. Bisquerra, R., y Alzina, R. B. (2004). *Metodología de la investigación educativa* (Vol. 1). Editorial La Muralla
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 25, 41-58.
- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema: boletim de educação matemática*, 32, 255-278.
- Cubides, K., y Rosada, L. D. (2011). Dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central.
- Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo, Revista de Investigación Latinoamericana (PEL)*, 49(1), 53-64.
- Decreto 230 de 2002. por el cual se dictan normas en materia de currículo, evaluación y promoción de los educandos y evaluación institucional. Ministerio de Educación Nacional. MEN. Bogotá. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-103106\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-103106_archivo_pdf.pdf)

- Decreto 1290 de 2009. Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Ministerio de Educación Nacional. MEN. Bogotá  
[https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-187765\\_archivo\\_pdf\\_decreto\\_1290.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf)
- Díaz-Levicoy, D., Morales-García, L., & Rodríguez-Alveal, F. (2020). Las medidas de tendencia central en libros de texto de Educación Primaria en México.
- de Dios, B. H. J., Gabriela, M. P., & Guadalupe, R. G. M. dificultades en la construcción de las nociones de media, mediana y moda en alumnos de segundo grado de secundaria.
- Espinoza, R. M. (2017). *La Mediana, la hermana difícil de las Medidas de Tendencia Central: una secuencia didáctica para su aprendizaje* (Doctoral dissertation, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso).
- Estrada, A., Ricart, M., Barbero, I., Cardet, M. N., Ardiaca, M., Fornells, I., ... & Mayoral, I. (2017). ¿Cómo evolucionan las dificultades y errores estadísticos en los cambios de ciclo de primaria?
- Farigua Guacaneme, K. (2016). Propuesta de enseñanza para medidas de tendencia central a través de objetos virtuales de aprendizaje.
- Guerra, M. (2010). Dificultades de aprendizaje en matemáticas, orientaciones prácticas para la intervención con niños con discalculia.
- Godino, J. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico semiótico de la cognición e instrucción matemática. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Godino, J. D. (2019). Perspectiva de las investigaciones sobre educación estadística realizadas en el marco del Enfoque Ontosemiótico.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., Cid, E., Font, V., Ruiz, F., & Roa, R. (2004). Matemáticas para maestros. *Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada*, 422.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenç, F. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada.

- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 111-132.
- Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. *Universidad de Granada*. Recuperado de: [http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis\\_ES\\_24 agosto 14. pdf](http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_ES_24_agosto_14.pdf).
- Grados Celis, L. M., y Ponce Sanabria, N. J. (2010). Aplicación de guías de práctica para el aprendizaje de las medidas de posición en alumnos del sexto grado de primaria de la institución educativa No. 30155 Francisco Bolognesi de Chilca-Huancayo.
- Grisales, J., y Aldana, E. (2018). Idoneidad didáctica para el aprendizaje de las medidas de tendencia central de estudiantes de educación básica, mediante el enfoque ontosemiótico.
- Hernández, G. J. (2016). Elementos Básicos de Estadística Descriptiva.
- Izquierdo Jaimes, O. F. (2021). *Las medidas de tendencia central, una mirada a su significado* (Doctoral dissertation, Universidad Externado de Colombia).
- Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. Ministerio de Educación Nacional. MEN. Bogotá. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- Ley 715 de 2001. Por la cual se dictan normas orgánicas en materia de recursos y competencias de conformidad con los artículos 151, 288, 356 y 357 (Acto Legislativo 01 de 2001) de la Constitución Política y se dictan otras disposiciones para organizar la prestación de los servicios de educación y salud, entre otros. Ministerio de Educación Nacional. MEN. Bogotá. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-86098\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-86098_archivo_pdf.pdf)
- Lorenzo, M., & María, J. (2007). Estadística descriptiva. Editorial Paraninfo.
- Mayén, S. (2009). Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato.
- Mayén, S., Díaz, C., y Batanero, C. (2009). conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. *Statistics Education Research Journal*, 8(2).
- Mejía Pérez, B., y Berdugo Barros, H. (2018). *Fortalecimiento del Concepto de Medidas de Tendencia Central a través del proceso de resolución de problemas en estudiantes de séptimo grado de básica secundaria* (Master's thesis, Universidad del Norte).

- Méndez Reina, M., & Valero Romero, N. B. (2014). Experimento de enseñanza para la superación de algunas dificultades y errores referidos a la variable estadística y sus escalas de medición.
- Merino, B. C., y Bernabeu, C. B. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 5-18.
- Ministerio de Educación Nacional (2016). Matemáticas. Derechos Básicos de Aprendizaje V2. MEN. Bogotá. <https://es.calameo.com/read/0048691717b2ff12eb87f>
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Estándares Básicos de Competencias. MEN. Bogotá. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Murray R. Spiegel, L. J. (2009). Estadística de Schaum. Colonia Desarrollo Santa Fe: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Núñez Rondón, J. J. (2019). *Análisis del conocimiento de las medidas de tendencia central que emplean los niños de quinto grado* (Master's thesis, Universidad del Norte).
- Perdomo Ijaji, E. Y. (2016). Medidas de tendencia central y su uso en contexto. Estudio de caso: IE Las Brisas-El Patía (Cauca). Departamento de Matemáticas y Estadística.
- Pochulu, M., & Rodríguez, M. (2012). Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Villa María: Editorial Universitaria Villa María, 63-89.
- Reina, M. M. (2017). Dificultades y errores relacionados con la variable estadística y sus escalas de medición, en estudiantes de educación básica. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, (Extra), 5281-5285.
- Restrepo, I. Á. L. Comprensión de las medidas de tendencia central, en los niños de grado tercero, cuarto y quinto, utilizando como estrategia el censo en la escuela.
- Socas, M. M. (1997). Capítulo V: Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Rico, L. y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Solano, H. L., & Álvarez, C. R. (2005). Estadística descriptiva y distribuciones de probabilidad. Universidad del Norte.

T, L. H., G, M. D., S, D. M., & E, G. E. (2006). *Estadística Básica Explorando con los datos*. Armenia, Quindío: Conceptos Gráficos Ltda.

Useche, J. A. L. Diseño de estrategias creativas para la enseñanza de las medidas de tendencia central. *Actas del VII CIBEM ISSN, 2301(0797)*, 1295.

Wu, Y. (2004, junio). Singapore Secondary School Students. Understanding of Statistical Graphs. 10th International Congress on Mathematics Education. Copenhagen, Denmark: National Institute of Education. Nanyang Technological University, Singapore.



UNIVERSIDAD  
DEL QUINDÍO



---

**Facultad de Ciencias de la Educación  
Licenciatura en Matemáticas  
Tel: (57) 6 735 9300 Ext  
Carrera 15 Calle 12 Norte  
Armenia, Quindío – Colombia  
correoelectronico@uniquindio.edu.co**

**PERTINENTE CREATIVA INTEGRADORA**



@uniquindio



uniquindioconectada



uniquindioconectada