



**Evaluación de los Efectos en el Aprendizaje del Concepto de Función,
Implementando un Recurso Audiovisual como Estrategia de Refuerzo del
Proceso Educativo.**

Johan Sebastián Aguirre Hoyos.

Universidad del Quindío

Facultad de Educación, Programa de Licenciatura en Matemáticas

Armenia, Quindío

2022.

**Evaluación de los Efectos en el Aprendizaje del Concepto de Función,
Implementando un Recurso Audiovisual como Estrategia de Refuerzo del
Proceso Educativo.**

Johan Sebastián Aguirre hoyos.

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al título de:

Licenciado en Matemáticas

Director:

Paulo Andrés García Ureña

Área de Profundización: Educación en Matemáticas

**Universidad del Quindío
Facultad de Educación, Programa de Licenciatura en Matemáticas
Armenia, Quindío
2022.**

DEDICATORIA.

Esta tesis está dedicada a:

A mis padres, Alberto Aguirre González y Roxana Hoyos Salazar, quienes siempre me impulsaron a cumplir mis sueños, por su cariño y apoyo incondicional a mis hermanos Jorge Mario Aguirre Hoyos y Michael Alejandro Aguirre Hoyos, a mi gran amiga Luz Helena Peña por su ayuda incondicional, a mis amigos y quienes aportaron fortaleza durante este largo proceso, a toda mi familia quienes con consejos y voces de aliento me acompañaron durante este sueño.

Finalmente quiero dedicar mi tesis a todos aquellos que en su momento me ayudaron a convencerme de que, si era posible, por extender su mano en los momentos difíciles, por acompañarme a cumplir mis sueños y mis metas.

AGRADECIMIENTOS.

Agradecimiento especial a Mg. Paulo Andrés García Ureña, por confiar en mí, por abrirme las puertas y permitirme hacer parte de esta investigación, por su colaboración y acompañamiento durante todas las fases del proyecto; de igual forma, mis agradecimientos al programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Quindío, a su gran equipo de trabajo en cabeza del Dr. Hernán Darío Toro Zapata, a todos los docentes del programa quienes con la enseñanza de sus valiosos conocimientos hicieron que pueda crecer día a día como profesional, a mis compañeros de clases por su apoyo incondicional y amistad.

RESUMEN

El siguiente trabajo de investigación está enfocado en el área de educación matemática, abordó recursos audiovisuales en el aula, específicamente para reforzar el aprendizaje de un concepto. El documento corresponde al trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Licenciado en Matemáticas de la Universidad del Quindío. A través del presente trabajo, el autor pretende dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación ¿Cuáles son los efectos de implementar un medio didáctico audiovisual como estrategia de refuerzo en el aprendizaje del concepto de función? Se expone una variedad de ventajas de los recursos audiovisuales como medios efectivos de aprendizaje en el área de matemáticas. Partiendo de allí, se planea diseñar e implementar un recurso audiovisual que sirva como herramienta de refuerzo en el proceso de aprendizaje del concepto de función, para los estudiantes de tecnología en topografía en curso de cálculo diferencial de la Universidad del Quindío.

Tabla de CONTENIDO

1	Introducción.....	10
2	Planteamiento del problema	13
2.1	Pregunta de investigación.....	16
3	Objetivos.	17
3.1	Objetivo General.....	17
3.2	Objetivos Específicos.....	17
4	Justificación.....	18
5	Estado del Arte.....	20
6	Marco teórico.....	28
6.1	Dificultades y errores en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	28
6.2	Estructura y jerarquía de los conocimientos matemáticos.	29
6.3	Dificultades y errores que se pueden encontrar al pasar del álgebra al cálculo.	30
6.4	Desarrollo de la enseñanza del concepto de función.	31
6.5	Desarrollo histórico del concepto de función.	32
6.6	Importancia del concepto de función en el estudio del cálculo.....	36
6.7	Dificultades en la comprensión del concepto de función.....	37
6.8	Refuerzo educativo.	38
6.9	Concepto de medio didáctico educativo y su influencia en el aprendizaje.....	38
6.10	Los medios didácticos en la enseñanza universitaria.	40

7	Metodología.....	43
8	Desarrollo del Proyecto.....	47
8.1	Pre test, selección de la población e identificación de las dificultades relacionadas al concepto de función.....	47
8.2	Selección de los temas académicos a reforzar.....	48
8.3	Elaboración de los recursos audiovisuales.....	49
8.4	Almacenamiento y uso de los videos.....	50
8.5	Recursos económicos destinados al proyecto.....	50
8.6	Implementación del recurso audiovisual y prueba post test.....	51
9	Resultados.....	53
9.1	Comparación de resultados entre pre test y post test.....	56
9.2	Evaluación por parte de los estudiantes.....	63
9.3	Discusión de Resultados.....	68
10	Conclusiones.....	71
11	Impacto Social.....	74
12	Referencias.....	76
13	Anexos.....	80
13.1	Anexo (A) Formato Prueba pre test.....	80
13.2	Anexo (B) Formato Prueba post test:.....	83
13.3	Anexo (C) Registro fotográfico durante el proceso de ejecución del proyecto.....	86

Índice de tablas.

Tabla 1. Porcentaje de retención de contenidos.....	18
Tabla 2 Evolución de las definiciones de "función" en los últimos tres siglos.	35
Tabla 3 Metodología a implementar.	46
Tabla 4. - Temática para los recursos audiovisuales.....	48
Tabla 5 - Modelo de presentación de vídeos a los estudiantes	50
Tabla 6 Porcentajes obtenidos en la prueba pre test	54
Tabla 7 Calificaciones obtenidas en el curso de Cálculo I – Tecnología en Topografía 2016 - 2018.....	54
Tabla 8 Porcentajes de calificaciones acumulados del 2016 – 2018	55
Tabla 9 - Relación para comparación de porcentajes, grafica de una función, pregunta 4 de las pruebas pre test y post test.....	61
Tabla 10 - Formato de entrevista para los estudiantes.	64

Índice de Graficas.

Grafica 1 Comparación de porcentajes, pregunta 01.	57
Grafica 2 Comparación de porcentajes, pregunta 02 [a - h].....	58
Grafica 3 Comparación porcentajes, pregunta 03 [a - j].	59
Grafica 4 Comparación de porcentajes entre las graficas de la pregunta 04.....	60
Grafica 5 Comparación de porcentajes de las respuestas correctas para prueba 01 y 02. Preguntas [01 - 04].....	63

Índice de Ilustraciones.

<i>Ilustración 1 Ruta y diseño metodológico</i>	43
---	----

1 Introducción.

En la actualidad, los medios tecnológicos son pieza clave para los procesos de formación académica, hoy en día las TIC ofrecen herramientas muy útiles para los estudiantes que buscan reforzar algunos conceptos que quizá, no han logrado comprender en su totalidad. En ese sentido, los motivos fundamentales para su utilización son la capacidad de captar la atención del estudiante y a su vez, reforzar las explicaciones del docente; lo cual promueve el aumento de la atención y la concentración del estudiante a nivel cognitivo, estimula la retención de información a corto y mediano plazo, fomenta una mayor y más rápida comprensión (Bravo Ramos, 1998, pág. 06). Es por ello que, la inclusión tecnológica a la educación mejora tanto la clasificación de la información como su interpretación, también ayuda a reducir la carga académica de los estudiantes, ayuda a dirigir la atención, a organizar las actividades y el tiempo de estudio. Una de las herramientas clave son los medios audiovisuales; esta herramienta consiste en la utilización de videos diseñados y orientados para reforzar conocimientos, los cuales serán pieza fundamental en el desarrollo de esta investigación.

Se debe tener en cuenta que los videos educativos deben ser vistos como un medio y no como un fin, pues el medio como tal no podría llevar la dirección de la clase, pero si puede ser utilizado como una estrategia de apoyo y refuerzo en procesos de aprendizaje. Diferentes investigaciones plantean que los materiales didácticos son instrumentos valiosos en la formación académica y curricular, tal es el caso de (Barboza Dávila, 2018) y su investigación “Uso de medios audiovisuales en la gestión del aprendizaje matemático en estudiantes del 4º” en la Universidad de San Pedro, Chimbote Perú; (Rodríguez Licea, López Frías, & Mortera Gutiérrez, 2017) y su investigación denominada “El video como recurso educativo abierto y la enseñanza de matemáticas”; (Medina Palencia, 2014) Universidad de la Guajira con su investigación “El

video como estrategia en la enseñanza del inglés”, o (Bravo Ramos, 1998) Madrid España “Los medios didácticos en la enseñanza universitaria”. Tal como se puede evidenciar, los recursos audiovisuales pueden ser aplicados a cualquier campo de la educación, ya sea en educación media o universitaria, en matemáticas, inglés u otra área del conocimiento. En su ámbito de aplicación es importante resaltar que, para una exitosa implementación hay factores que influyen, tales como: la organización del material, el lenguaje usado, la diversidad y accesibilidad al material. Partiendo de esto, el presente trabajo tiene como objetivo principal evaluar los efectos en el aprendizaje del concepto de función, utilizando un recurso audiovisual como estrategia de refuerzo del proceso educativo, entre los estudiantes de I semestre de tecnología en topografía de la Universidad del Quindío. Para ello, se diseñó una serie de videos que respondan a las dificultades de los estudiantes en el tema de funciones, esta metodología usada como una herramienta pedagógica hace uso de otras técnicas académicas, que se adapta en función de las necesidades del grupo, fortaleciendo la relación del estudiante con el contenido.

Una vez identificada la necesidad de los estudiantes de aplicar estrategias para atender las dificultades que se presentan en el aprendizaje del concepto de función se deriva al proceso de diseño e implementación. Por otro lado, el docente dentro de su labor pedagógica se preocupa por encontrar diferentes medios para mejorar la enseñanza; medios que aproximen al estudiante a través de la observación, participación, interacción y comprensión de los contenidos programados. Por consiguiente, se planteó la siguiente pregunta de investigación ¿Cuáles son los efectos de implementar un recurso audiovisual como estrategia de refuerzo en el aprendizaje del concepto de función? Esta pregunta surge después de realizar un estudio a las calificaciones de trescientos veintinueve (329) estudiantes en el curso de cálculo diferencial, donde se evidencio

que más del 50% de los estudiantes presentan algún tipo de dificultad en los temas relacionados al concepto de función.

De esta manera, se propuso una metodología enfocada en atender aquellas dificultades que surgen en el proceso de aprendizaje del concepto de función, teniendo como eje central el uso de recursos audiovisuales como estrategia de refuerzo en el proceso de aprendizaje, dentro de la metodología hay cinco (5) momentos claves. El primero es la selección de la población a través de una prueba pre test. El segundo es el análisis e identificación de las dificultades en el aprendizaje del concepto de función. Seguidamente, se centra en la selección de la temática académica a reforzar, lo que se conoce como el guion; posteriormente, se ocupa en la elaboración del recurso audiovisual e implementación de los videos obtenidos, luego se evalúan los efectos de la intervención de los recursos audiovisuales al realizar una segunda prueba post test. Por último, con los datos obtenidos en ambas pruebas se realizará un cuadro comparativo y finalmente se darán las conclusiones.

2 Planteamiento del problema

La transición de los sistemas educativos de educación media a la formación universitaria, puede llegar a convertirse en un verdadero desafío para algunos estudiantes, ya que deben enfrentar una serie de retos académicos internos y externos como: el cambio en el nivel e intensidad curricular, las metodologías de enseñanza, las desigualdades culturales y socioeconómicas del país, dificultad en la transición entre el sector público y privado o viceversa. Una evidencia de ello es un estudio realizado a los resultados de las pruebas saber por (Chaves Restrepo, 2019) quien indica que en la lista de las veinticinco (25) mejores instituciones educativas del país no hay ninguna oficial, señalando las diferencias contextuales y exigencias académicas entre colegios privados y oficiales; lo anterior impacta de manera directa, en medida que es un gran porcentaje el número de estudiantes que se inscriben al programa de tecnología en topografía de la Universidad el Quindío, provenientes de instituciones educativas oficiales y es evidente que la preparación académica diverge entre instituciones privadas y oficiales; sumado a esto, el entorno personal, económico, emocional y familiar de algunos estudiantes inciden en dicha transición. Por otro lado, se detecta que los estudiantes presentan dificultades al pasar del álgebra al cálculo en educación matemática, donde (Neira Sanabria, 2013, pág. 5) identifica que estas dificultades radican en los obstáculos lógicos y simbólicos, el lenguaje de enseñanza que evoca condiciones no alcanzables, ligadas a la complejidad matemática de los objetos básicos del cálculo y la ruptura del funcionamiento algebraico convencional.

Además, el curso de cálculo I de tecnología en topografía de la Universidad del Quindío, no ha sido ajeno a esta situación, lo que deja como resultado un alto porcentaje de estudiantes con notas deficientes en sus primeras evaluaciones, de allí se deduce que para la gran mayoría de ellos es complejo asimilar los conceptos nuevos como dominio, rango, tipos de funciones,

funciones trigonométricas, entre otros, y a una posible carencia de herramientas adecuadas que repercuten en vacíos académicos durante el proceso de aprendizaje. Lo cual trae retos para la educación en el sentido de la necesidad de generar estrategias funcionales que apoyen el proceso de comprensión en los temas que generen dificultad, para este caso el concepto de función.

De allí surge la necesidad de implementar estrategias complementarias al proceso educativo; en ese sentido, la utilización de recursos audiovisuales como apoyo en el proceso de aprendizaje de las clases presenciales, cumple una doble función, sirve como asesoría por parte del docente, y a los estudiantes para reforzar los conceptos expuestos en la clase; de esta manera se podría seguir el syllabus de la asignatura y alcanzar los logros propuestos, resaltando así los recursos audiovisuales como medios eficaces para reforzar la transmisión de conocimientos y, por consiguiente, mejorar los procesos de aprendizaje.

Otras estrategias para fortalecer los conceptos vistos en clase son las aplicaciones móviles como Matlab o las plataformas virtuales de video como YouTube, que son tendencia y ofrecen una cantidad considerable de contenido que los estudiantes pueden consultar de manera gratuita. Existen diferentes canales donde docentes y personas en general suben contenido explicativo sobre temas específicos. Para (Bravo Ramos, 1998, pág. 3) el uso de estos medios es una realidad práctica, que es de dominio público y global. Hay que tener en cuenta que el uso de estos canales se deben hacer con la mayor precaución, ya que uno de los inconvenientes que presentan es que sin la comprensión adecuada se puede llegar a generar confusiones en los estudiantes, puesto que muchos de estos videos no están contextualizados, es decir, no están diseñados para los estudiantes de tecnología en topografía, por ende es probable que los estudiantes se encuentren con un vocabulario o definiciones con las cuales ellos no están relacionados, lo cual genera barreras y más conflictos en el estudiante. Para (Ramos & Flores., 2012, pág. 4)

fundamentalmente el aprendizaje está dado en función del medio, de las estrategias y técnicas pedagógicas usadas. Por esta razón hay que tener en cuenta que el contenido de los videos en los portales de internet no suele estar elaborados sobre una base dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje como lo es la didáctica en matemáticas, lo cual pone en duda la efectividad de algunos videos seleccionados como estrategia para reforzar los conceptos. Adicionalmente, se debe tener en cuenta la confiabilidad del contenido del video que es de carácter público. Para comprobar la confiabilidad se debe identificar y validar las fuentes de información, la actualidad de la publicación, el razonamiento lógico y la precisión de los conceptos.

Este problema trae consigo consecuencias ligadas al proceso de enseñanza-aprendizaje de algunos estudiantes, que se verá reflejado en casos de frustración y por último en deserción académica. Un punto importante de esto es el hecho que en el estudio del cálculo diferencial es importante tener claro los pre conceptos que fundamentan su estudio, donde se hace necesario una articulación para pasar de un concepto a otro, tal como lo describe (Neira Sanabria, 2013, pág. 50) quien afirma que “cada concepto de cálculo que se desee enseñar suele apoyarse en nociones más elementales y se resiste al aprendizaje si no se antecede por un sólido entendimiento y articulación de las nociones y conceptos previos”. Por ello, es acertado considerar herramientas que ofrezcan acompañamiento en el proceso de aprendizaje de nuevos conceptos para los estudiantes de tecnología en topografía en el espacio académico de cálculo diferencial.

2.1 **Pregunta de investigación.**

Teniendo en cuenta lo enunciado, surge la siguiente pregunta: ¿Cuáles son los efectos de implementar un recurso audiovisual como estrategia de refuerzo en el aprendizaje del concepto de función?

3 Objetivos.

3.1 Objetivo General.

Evaluar los efectos en el aprendizaje del concepto de función, al implementar un recurso audiovisual como estrategia de refuerzo del proceso educativo, en los estudiantes de I semestre de topografía de la Universidad del Quindío.

3.2 Objetivos Específicos.

- I. Identificar las dificultades que presentan los estudiantes de I semestre de tecnología en topográfica de la Universidad del Quindío, en el curso de cálculo diferencial, en el tema de funciones.
- II. Diseñar un recurso audiovisual que sirva como herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza del concepto de función, en el curso de cálculo diferencial.
- III. Implementar el recurso audiovisual como estrategia de refuerzo de las dificultades identificadas en el concepto de función.
- IV. Evaluar los resultados obtenidos de la implementación del material audiovisual.

4 Justificación.

Existen diferentes tipos de herramientas para apoyar un proceso educativo, una de ellas son los recursos audiovisuales, los cuales usados de manera correcta como refuerzo en un proceso educativo mejora las habilidades matemáticas y facilita explicaciones de tipo conceptual tales como teoremas, fórmulas o definiciones que presentan una alta complejidad y que son de difícil comprensión. (Bravo Ramos, 1998, pág. 6), expone que, al emplear un medio didáctico audiovisual en la enseñanza, se maximiza la retención de contenido y, por ende, mejorará el aprendizaje, lo cual se verá reflejado en la mejoría de las notas. Para el docente, también es importante el uso de esta metodología, pues facilita la dinámica de aula y es una estrategia pedagógica valiosa en los procesos educativos. Tal como indica (Medina Palencia, 2014, pág. 125), “el docente conoce la importancia del recurso”. Al hacer uso de las tecnologías de la información TIC el estudiante ve, oye y replica el contenido de los videos.

A continuación, se expone los porcentajes que se obtienen usando un medio que incluya lo que oímos, lo que vemos y lo que hacemos; lo cual es la esencia de los recursos audiovisuales.

Tabla 1. Porcentaje de retención de contenidos

Retención de contenidos	
Lo que oímos	10%
Los que vemos	20%
Los que vemos y oímos,	40%
Los que vemos, oímos y hacemos	75%

Fuente: (Bravo Ramos, 1998, pág. 5)

Cuando vemos, oímos y hacemos simultáneamente se logra obtener una retención de contenido del 75%, ahora bien, de acuerdo con la problemática identificada en tecnología en

topografía en la asignatura de cálculo diferencial, en relación a el concepto de función, y valorando las características que hacen que los recursos audiovisuales sean reconocidos como una estrategia adecuada de aprendizaje complementaria; el autor propone evaluar los efectos en el aprendizaje del concepto de función, implementando un recurso audiovisual como estrategia de refuerzo del proceso educativo, entre los estudiantes de I semestre de tecnología en topografía de la Universidad del Quindío.

5 Estado del Arte.

Desde finales de la década de los 90 y principios del siglo XXI la tecnología cada vez gana más terreno en todos los ámbitos sociales, a lo cual la educación, por algún tiempo no reconoció su gran potencial, después de (Bravo Ramos, 1998) se registran numerosas investigaciones, trabajos y estudios acerca de la importancia de incorporar la tecnología en las aulas de clase, específicamente el video como herramienta en la enseñanza o aprendizaje; se realizó una revisión sobre investigaciones que se enfocan en el uso de recursos audiovisuales como ayuda o refuerzo en procesos de aprendizaje. Primero se enuncian aquellas que centran y limitan su estudio al uso de videos como estrategia de enseñanza universitaria, posteriormente aquellas que están directamente relacionadas con la enseñanza en matemáticas. Se presentan los siguientes antecedentes:

Para iniciar está el trabajo realizado por (Bravo Ramos, El Vídeo Educativo, 2000); cuyo objetivo principal fue “fijar las funciones del video en la enseñanza universitaria, especialmente en la enseñanza de la ingeniería”, para ello uso una metodología cuasi experimental con enfoque cuantitativo llegando a las siguientes conclusiones. Para los estudiantes de los cursos académicos 93-94, 94-95 y 95-96 que participaron de este proyecto de investigación, la metodología implementada ha sido de su agrado, además de obtener unos valores altos respecto a la efectividad del mismo, este método es más valioso que los tradicionales, ya que los estudiantes encuestados opinan que la metodología implementada durante la asignatura es más valiosa que los métodos tradicionales, esta metodología es globalmente calificada como buena, ya que el rendimiento académico del grupo experimental fue superior con relación al otro grupo.

Siguiendo con (Bravo Ramos, 2004) y la investigación titulada “Los medios de enseñanza: Clasificación, selección y aplicación.” Cuyos objetivos giraban en torno a los criterios para clasificar, seleccionar y aplicar recursos audiovisuales en la educación, obteniendo así las siguientes conclusiones. Los medios de enseñanza tienen como misión fundamental facilitar el aprendizaje de los estudiantes. En unos casos como refuerzo de la acción del profesor en clase y otras situaciones presenciales, facilitando y mejorando la comunicación con los estudiantes. En otros, también seleccionados y controlados por el profesor, se pueden mostrar autosuficientes para la explicación de un contenido. Y, en una tercera posibilidad, facilitar la comunicación a distancia, continua y permanente entre los implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta clasificación no es estándar y los diferentes medios pueden figurar en más de una categoría en función del uso que el profesor haga de él. Y esta es la cuestión fundamental que queremos resaltar, pues la eficacia educativa de cada uno de los medios estará condicionada tanto por la situación educativa en la que se emplee como del uso que, en esa situación concreta, se le dé.

Siguiendo el orden establecido esta (Sandoval, Cagua, Molina, & Patricio, 2018), quienes realizaron la investigación “El Video Educativo Como Estrategia Metodológica en la Enseñanza Universitaria”; Donde plantearon el objetivo de “Innovar el proceso de enseñanza-aprendizaje, mediante la utilización de videos educativos como parte de la estrategia metodológica en la enseñanza universitaria”. Para lo cual usaron un diseño metodológico mixto, cualitativo y cuantitativo; llegando a concluir lo siguiente. Luego de finalizar todas las fases de la investigación se tiene que para el 73,6% de los estudiantes del curso de nivelación, su estilo de aprendizaje se basa en lo audiovisual, por lo que el uso del

video educativo como estrategia metodológica es beneficiosa para los estudiantes, comprobándose un incremento de aprendizaje en el tema seleccionado; una de las ventajas de la organización digitalizada es la versatilidad con la que se puede incorporar a los procesos educativos; pero para incorporar nuevas formas de enseñanza se requiere de experiencia e innovación de los docentes universitarios para transformar los procesos educativos tradicionales en procesos digitalizados para solventar las deficiencias de los estudiantes.

La participación activa del estudiante en el proceso de aprendizaje generó una mayor cantidad de retención de conocimientos. La disponibilidad inmediata de herramientas en el uso del aula virtual y sus componentes: video, ejercicios resueltos, cuestionarios y demás, estimula en el estudiante el deseo de aprender, ya que la información se presenta en un formato amigable y relacionado con el entorno tecnológico en el que se desenvuelve. Sobre la base de los comentarios de los estudiantes, se puede decir en forma general, que el video educativo es una muy buena herramienta para complementar su aprendizaje, lo que permitiría implementar la nueva metodología a todos los temas del programa de Fundamentos de Matemática.

Veamos ahora aquellas investigaciones directamente relacionadas a los recursos audiovisuales y el conocimiento de temas matemáticos, empezando con (Barboza Dávila, 2018), y su estudio titulado “Uso de medios audiovisuales en la gestión del aprendizaje matemático en estudiantes del 4º”. En el cual precisa el objetivo de “Determinar en qué medida el uso de medios audiovisuales mejora la gestión del aprendizaje matemático en estudiantes del 4º”. Para ello plantea una metodología de tipo Pre experimental con un enfoque cuantitativo, obteniendo como conclusiones lo siguiente. En los estudiantes del

cuarto grado se hallaron los siguientes datos estadísticos descriptivos resultado del pre test, en matemática situaciones un promedio de 8.25 puntos, en comunica y representa ideas matemáticas el promedio es 7.25 puntos, elabora y usa estrategias es 7.65 puntos, en razona y argumenta generando ideas matemáticas es 7.80 puntos y en el aprendizaje matemático 8.05 puntos; esto indica que los estudiantes tienen un promedio que los ubica en la categoría de “inicio”. Mediante el uso de medios audio visuales como el software (GeoGebra) en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje se verifica los resultados estadísticos descriptivos de los resultados del post test donde se encuentran los siguientes resultados, en matemática situaciones se tienen 14.95 puntos, en comunica y representa ideas matemáticas 15.15 puntos, en elabora y usa estrategias 14.95 puntos, en razón y argumenta generando ideas matemáticas es 14.50 puntos y en aprendizaje matemático 15.15 puntos por lo que se puede observar un incremento en promedio con respecto a los resultados del pre test, permitiendo que los estudiantes sean actores y constructores de sus propios aprendizajes utilizando laptops.

La utilización de medios audiovisuales como una estrategia permitió a los estudiantes incorporarse al uso de las TIC y familiarizarse con el software GeoGebra facilitando así encontrar la solución de las situaciones problemáticas, tal como se muestra en los resultados obtenidos en el post test han sido favorables empleado de manera más rápida y sencilla logrando así el aprendizaje matemático.

El uso de medios audiovisuales (software GeoGebra) como una propuesta pedagógica facilitó al estudiante una nueva forma de trabajo y mayor interés facilitando el aprendizaje matemático según muestra uno de los objetivos específicos del trabajo; donde el docente se convirtió como guía, mediador y animador de los procesos durante el desarrollo de las

sesiones de aprendizaje realizadas. Los resultados obtenidos en el aprendizaje matemático mediante el uso de medios audiovisuales han sido favorables, como se observa al grupo experimental en el cuadro de diferencia de promedios y al contrastar el promedio del pre test y post test, mejorando considerablemente su aprendizaje matemático. (Barboza Dávila, 2018).

Luego tenemos el caso de (Díaz Perera, Recio Urdaneta, & Saucedo Fernández, 2011) y su investigación “El video en el desarrollo de competencias matemáticas, caso: Universidad Autónoma del Carmen”. Cuyo objetivo fue “Conocer la experiencia con el uso del video en el curso de matemáticas I a nivel superior y su apreciación por parte de los estudiantes como complemento didáctico”, para ello plantean un diseño metodológico experimental con enfoque cuantitativo, llegando a las siguientes conclusiones. El video como auxiliar didáctico estimula el aprendizaje en la asignatura abordada, en este caso, las matemáticas. Ya que el 82% de los estudiantes encuestados estuvieron totalmente de acuerdo que se asimila mejor los contenidos matemáticos empleando el uso de videos, el video ayuda a los profesores a diseñar experiencias más dinámicas en el aula con la intención de crear clases más atractivas para los estudiantes; Es por ello, la importancia del uso de las TIC para crear nuevos ambientes de aprendizaje que sorprendan al estudiante motivándolo hacia el estudio de la asignatura generando un aprendizaje.

El uso del video en clase de matemáticas representa una estrategia novedosa, motivadora y atractiva para los estudiantes, tal es el caso de los estudiantes que utilizaron el video para el aprendizaje de los polinomios donde el 91% estuvo de acuerdo que este material de trabajo genera ambientes diferentes de aprendizajes. Sin duda alguna el uso del video en la clase de matemáticas representa un recurso didáctico que puede ser utilizado

por los docentes con la intención de romper con los paradigmas de la clase tradicional de matemáticas, propiciando nuevos papeles en el docente, convirtiéndose en un facilitador del aprendizaje. Es necesario hacer hincapié que el uso del video en el aula debe realizarse de forma planificada, ya que de esta planificación depende el éxito o fracaso de la clase, por lo que se recomienda que su uso no sea por pura casualidad o resultado de una moda.

Por último, tenemos a (Vargas Valencia, 2018), y su investigación en la “Incorporación de vídeo como material de apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la visualización espacial de las superficies cuádricas”. Donde plantea el objetivo de “Determinar el impacto que tiene la incorporación de vídeos como material de apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la visualización espacial de las superficies cuádricas”, para lo cual se guio por una metodología de tipo investigación y desarrollo con enfoque cualitativo, llegando así a las siguientes conclusiones. La incorporación de vídeos como material de apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la visualización espacial de las superficies cuádricas, impactó de manera significativa debido a que permitió que los estudiantes lograran enfrentar con éxito los problemas del software GAnalítica 3D; lo cual está de acuerdo con lo expresado por Morales & Guzmán en su investigación, el vídeo como recurso didáctico para reforzar el conocimiento.

El utilizar el video como material didáctico dentro del aula de clase permite presentar un concepto determinado de una manera diferente a los estudiantes, dándole a la clase un ambiente dinámico de aprendizaje, en donde el docente o el estudiante puede utilizar las opciones de pausa, retroceso y siga del vídeo, para hacer inferencias o aclaraciones ya sea en términos de contenidos o procedimentales que surjan en la dinámica de la clase. Los estudiantes que participaron en esta investigación manifestaron que el video permitió

observarlo la cantidad de veces que fuera necesario para comprender los temas relacionados con la resolución de problemas de GAnalítica 3D, lo que evidencia que el video como material de apoyo permite la consulta constante y aclaración de algunas dudas frente al tema.

El uso de los recursos tecnológicos tiene un impacto significativo con respecto al desempeño del docente en el desarrollo de su labor dentro del aula; así lo demuestran los resultados de los instrumentos de investigación que fueron aplicados. Por ende, el uso de los recursos tecnológicos tiene un impacto positivo en el proceso de habilidades de visualización espacial y con la motivación e interés del estudiante hacia su aprendizaje, lo cual permite afirmar que este recurso contribuye a mejorar el desempeño del docente y su enseñanza.

Estas son algunas de las diferentes conclusiones con referencia a los antecedentes en la presente investigación; la cual gira en torno al video como estrategia de refuerzo en procesos educativos, se tomó como una de las referencias principales a (Bravo Ramos, 1998) por ser uno de los precursores en el estudio del video como estrategia en la educación superior, entre sus objetivos están los siguientes:

- Fijar las funciones del vídeo en la enseñanza universitaria y, especialmente, en las enseñanzas de la ingeniería.
- Observar los tipos de video-gramas educativos.
- Establecer criterios para seleccionar vídeos educativos en distintas situaciones de enseñanza, fundamentalmente en la universidad.
- Diseñar estrategias didácticas para el empleo del vídeo en los diseños formativos.

Claramente, se busca demostrar la importancia del video en la educación, específicamente la universitaria; también constituir una serie de parámetros que ayuden tanto a la estructura de los videos como su uso; con esta y otras investigaciones similares en las cuales se registraron buenos resultados a favor del video como refuerzo en la educación, pudo demostrar el potencial y la importancia de incorporar el video en las aulas universitarias; aun así, la realidad en la enseñanza de aquella época estaba lejos de adoptar tal metodología en los sistemas educativos, pues al parecer muchos docentes y directivas solo prestaban atención a lo tradicional, tal como lo expresa el autor (Bravo Ramos, 2004, pág. 04) “lo real y cotidiano son los recursos tradicionales y, entre estos, textos escritos, pizarra, retroproyector siguen teniendo un papel esencial”.

Partiendo de allí se generaron muchas investigaciones que vinculaban el video como protagonista en procesos de aprendizaje, se pudo evidenciar diversas estrategias aplicadas a poblaciones con diferentes tipos de dificultades, en diversas áreas del conocimiento, todas ellas con un factor común, ya que, sin importar la población o el tipo de dificultad, en todas ellas se presentaron resultados positivos que una vez más demostraban que el uso de videos como estrategia de ayuda en la educación son una muy buena opción.

6 Marco teórico.

Tomando en cuenta las dificultades que se generan en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se realizó el siguiente constructo teórico con la intención de identificar cuáles son los errores y dificultades más recurrentes en el estudio del concepto de función, para estudiantes universitarios en el área topografía, y de esta forma enfocar el recurso audiovisual a realizar en aquellos puntos que requieren de una mayor atención.

De igual manera, se analizaron los puntos necesarios para desarrollar un medio que cumpla con las etapas y las fases necesarias que hacen de este una herramienta pedagógica, la cual será usada como estrategia de refuerzo de los conceptos que previamente fueron expuestos en clase por el profesor, lo cual sería clave para el aprendizaje del estudiante.

Este tipo de estrategias están vinculadas en el proceso de formación a las TIC, las cuales rescatan la importancia de la tecnología al servicio de la enseñanza y como generadoras de escenarios en el aprendizaje. Los vídeos educativos presentan unas características llamativas que dan al estudiante la posibilidad de llevar un proceso paralelo y adecuarlo a su tiempo y ritmo de estudio.

6.1 Dificultades y errores en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Algunas de las dificultades que surgen en la enseñanza de las matemáticas se pueden clasificar en tres tipos:

1) Las producidas por las circunstancias: tales como el profesor y su metodología usada o la organización de la misma. Por ejemplo, cuando el sistema simbólico que se utiliza para transmitir la información (textos e imágenes) no se adecuan completamente a la temática de enseñanza. También, se refiere a la presentación del contenido de aula.

2) Las producidas por el estudiante: el nivel de aceptación y respuesta frente a un tipo de información estructurada. Si resulta más eficaz con el estudiante introducir ejemplos y anécdotas o proponer más ejercicios prácticos de acuerdo a la temática.

3) Las que son producto de la naturaleza de las matemáticas: Se tendrá en cuenta para esta investigación las dificultades que derivan de la naturaleza, la complejidad de las matemáticas y la introducción de nuevos conceptos. Al respecto, (Carrillo Siles, 2009) afirma que:

Un aspecto de las matemáticas que puede llegar a causar ansiedad es la naturaleza precisa, exacta, sin ambigüedades de (blanco o negro), que diferencia claramente los aciertos de los errores, a ello se añade su alto nivel de abstracción y generalización de conceptos. (p. 1).

6.2 Estructura y jerarquía de los conocimientos matemáticos.

Todo proceso educativo debe llevar implícitamente un orden y un progreso en lo que se aprende; es decir que se empieza desde lo simple y cada vez la dificultad de lo aprendido asciende, teniendo en cuenta que todo concepto nuevo que se presenta está sustentado en conceptos previamente aprendidos. Para (Carrillo Siles, 2009, pág. 02) “los aprendizajes matemáticos, de modo muy especial, constituyen una cadena en la que cada conocimiento va enlazado con los anteriores de acuerdo con un proceder lógico”. Esto genera la necesidad de comprender por completo cada uno de los conceptos para no generar vacíos académicos, los cuales romperán de inmediato la cadena, generando dudas y dificultad en los siguientes conceptos; un ejemplo de ello es que, si no se aprende a factorizar de manera correcta, entonces resolver una ecuación cuadrática o una desigualdad resultará casi imposible, pues son conceptos fundamentales en la resolución de este tipo de ejercicios.

6.3 Dificultades y errores que se pueden encontrar al pasar del álgebra al cálculo.

Es común encontrar en las clases de cálculo estudiantes que presentan algún tipo de dificultad, el manejo inadecuado de razonamientos, la escasa formación algebraica y la incorporación de nuevos conceptos, como es el caso del concepto de función son algunos de los diversos motivos que pueden llevar a bloquear el aprendizaje del cálculo, (Artigue M. , 1995, pág. 115) los agrupa en tres grandes categorías.

- Aquellas asociadas con la complejidad de los objetos básicos del cálculo (números reales, sucesiones, funciones) y al hecho de que estos objetos se conceptualizan plenamente cuando se inicia una enseñanza del cálculo que va a contribuir de forma fuerte a tal conceptualización.
- Aquellas asociadas a la conceptualización y a la formalización de la noción de límite, centro del campo del cálculo.
- Aquellas vinculadas con las rupturas necesarias con relación a los modos de pensamiento puramente algebraico, muy familiar, y a las especificidades del trabajo técnico en el cálculo.

Ciertamente, para abordar la complejidad de los objetos básicos del cálculo, es necesario identificar y articular los diferentes registros simbólicos de la noción de función, pues el tema en cuestión, lleva consigo ciertas dificultades evidentes en diversos estudios referentes a la enseñanza del cálculo. Lo cual hace evidente una ruptura en la transición “Álgebra-Cálculo”, ya que cada concepto de cálculo que se desee enseñar está basado en nociones más elementales que se fundamentaron en cursos anteriores como álgebra, geometría analítica entre otros, la ausencia de una estructura sólida en estos conceptos

impactará significativamente en la comprensión y aprendizaje del cálculo, en este sentido el estudiante queda sujeto a establecer, por sí mismo, una articulación de las nociones y los conceptos previos, lo cual es necesario, pero no suficiente para un proceso de aprendizaje satisfactorio. Este problema ha generado en diferentes partes del mundo investigaciones para proponer reformas e innovaciones curriculares, llegando incluso a cuestionarse sobre cuál y cómo sería la manera correcta de enseñar el cálculo, qué grado de rigor se debe tener y si se debe enseñar de manera intuitiva o formal (Neira Sanabria, 2013, pág. 45).

6.4 Desarrollo de la enseñanza del concepto de función.

El estudio del cálculo se concentra en sus primeras etapas en las propiedades asociadas al concepto de función, tales como: tipos de función, dominio y rango, operaciones con funciones, grafica de una función, entre otros, lo cual se ha evidenciado en textos de cálculo de autores como *Louis Leithold*, *Tom M. Apostol*, *Jame Stewart*, *Ron Larson*, *George B. Thomas*. Por otro lado, el aprendizaje de este concepto resulta de gran importancia para la modelación de situaciones, en varios ámbitos profesionales y una herramienta fundamental para la ciencia, por lo cual un inadecuado manejo puede afectar de manera significativa algún resultado, proceso o su interpretación, tal como lo afirma (López Cahun & Sosa Moguel, 2008, págs. 308-309). Luego, hacen referencia a la manera como suele presentarse el concepto de función en un curso de cálculo diferencial, que por lo regular se hace en tres pasos claves:

➤ Presentación del concepto función mediante la relación establecida de dos conjuntos, lo cual suele hacerse por medio de un diagrama sagital (conjuntos unidos por flechas), luego se establece una definición formal del concepto, que por ejemplo para (Larson & Edwards, 2016, pág. 19), la define como “una función real f de una variable real

x de X a Y es una regla de correspondencia que asigna a cada número x de X , exactamente un número y de Y "; sin hacer énfasis en la regla mediante la cual se establece dicha relación entre los conjuntos dados.

➤ Posteriormente se relaciona una función con su expresión algebraica de la forma " $f(x) = \dots$ ", donde se hace énfasis en la explicación y relación entre las variables x independiente y, y dependiente, es importante aclarar el hecho de que $f(x) = y$.

➤ Luego a través del plano cartesiano se representan algunas funciones, mediante pares ordenados de la forma $P_1 = (x_1, y_1)$, obtenidos a partir de tabular valores de la variable independiente, es decir x ; los cuales representan puntos en el plano cartesiano, estos pertenecen a la gráfica de dicha función.

6.5 Desarrollo histórico del concepto de función.

En la antigüedad, el concepto de función estaba asociado a situaciones de cambio y variación, inscritas en un principio a la observación astronómica, de los babilonios se destacan sus tablillas de arcilla, en las cuales registraron datos referentes a los periodos de visibilidad de un planeta y su ángulo con respecto al sol, no manejaban aun el concepto de función pero la noción de este concepto está implícita en sus tablillas astronómicas (Sastre Vázquez, Boubée, & Rey, 2008, págs. 142-143). Más tarde en Egipto, se destacan las contribuciones realizadas por Ptolomeo, quien por medio de cómputo de cuerdas de una circunferencia empieza a bosquejar lo que hoy se conoce como funciones trigonométricas; para este periodo se utilizaron 3 métodos diferentes de representación: las tablas, la descripción verbal o retórica y el lenguaje sincopado, es decir, se utilizan ciertas abreviaciones (O'Connor & Robertson, 1999).

Entre 500 a.C y 500 d.C la cultura helénica se destacó en el estudio de la geometría, los griegos estaban relacionados con problemas referentes a la noción de función, pero no pudieron reconocerla ni simbolizarla, compilaron tablas de cuerdas de un círculo, las cuales dado un radio daban la longitud de las cuerdas en función del ángulo central correspondiente, el cual crecía con un determinado incremento, a lo cual (Sastre Vázquez, Boubée, & Rey, 2008, págs. 143-144) afirman que "... estos estudios sobre las relaciones entre magnitudes geométricas variables, si bien no respondían explícitamente al concepto de función, pueden ser considerados como los primeros antecedentes aportados por la cultura helénica".

Durante la edad media se centró el interés en el estudio cuantitativo de los fenómenos naturales como: velocidad, distancia, densidad, calor, luz, estas ideas se desarrollaron en el marco de cantidades variables independientes y dependientes, pero sin dar definiciones específicas, así, poco a poco la noción de función se vio asociada al estudio del cambio, en particular del movimiento, hasta entonces no se usaba ningún tipo de fórmulas; en este tiempo, se destacó Nicolás de Óreseme (1323-1382) quien describió las leyes de la naturaleza como relación de dependencia entre dos magnitudes, así como Galileo Galilei (1564-1642), quien muestra entender mejor el concepto de función, sus estudios sobre el movimiento realizados a través de experimentos, evidencian la clara comprensión de una relación entre variables (Zamanillo, 2012, pág. 02).

En la época moderna en el siglo XVII con la llegada de la geometría analítica plasmada en una de las obras de René Descartes (1596-1650), ahora una curva en el plano estaba asociada a una ecuación de dos variables, y a su vez cualquier ecuación podía representarse geoméricamente en un plano. (Sastre Vázquez, Boubée, & Rey, 2008, págs.

145-146) "... fue el primero en poner en claro que una ecuación en x e y es una forma de demostrar una dependencia entre cantidades variables, de modo que los valores de una de ellas pudieran calcularse a partir de los correspondientes valores de la otra...". Posteriormente, aparecen algunos de los más brillantes matemáticos de la historia, Isaac Newton (1643-1727) y Gottfried Leibniz (1646-1716) quienes contribuyeron en cuanto a la parte simbólica del algebra lo que fue decisivo en el desarrollo del concepto de función; a mediados del siglo XVIII, Leonhard Euler (1707-1783) continua el proceso definiendo nociones iniciales como: cantidad variable y constante, en 1755 precisa una de las primeras definiciones de la noción función en palabras del mismo Euler "si algunas cantidades dependen de otras de tal modo que si estas últimas cambian también lo hacen las primeras, entonces las primeras cantidades se llaman funciones de las segundas", al poco tiempo después de establecer el concepto de función distingue dos clases, las funciones continuas y las funciones discontinuas. Para terminar de dar una definición formal a lo que se conoce hoy en día se conoce como función, tuvieron que pasar casi dos siglos. Durante este tiempo muchos matemáticos se vieron en la necesidad de dar una definición clara y adecuada del concepto (Zamanillo, 2012, pág. 02), se tienen entonces dos de ellas:

- Para Leibniz (1676) las funciones son ciertas longitudes tales como abscisas, ordenadas, tangentes, normales, que están asociadas con la posición de un punto en una curva
- Para Dirichlet (1847) una función es una variable x que está relacionada con otra variable y , de tal manera que siempre que se atribuya un valor numérico a x hay una regla según la cual queda determinado un único valor de y , entonces se dice

que y es una función de la variable independiente x. Aborda la independencia y codependencia de las variables.

En la siguiente tabla se presenta un resumen de la evolución del concepto de función en los últimos tres siglos.

Tabla 2 Evolución de las definiciones de "función" en los últimos tres siglos.

Época.	Definición.
Siglo XVII	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Cualquier relación entre variables. ▪ Una cantidad obtenida de otras cantidades mediante operaciones algebraicas o cualquier otra operación imaginable. ▪ Cualquier cantidad que varía de un punto a otro de una curva. ▪ Cantidades formadas usando expresiones algebraicas y trascendentales de variables y constantes.
Siglo XVIII	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Cantidades que dependen de una variable. ▪ Función de cierta variable como una cantidad que está compuesta de alguna forma por variables y constantes. ▪ Cualquier expresión útil para calcular.
Siglo XIX	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Correspondencia entre variables. ▪ Correspondencia entre un conjunto A y los números reales. ▪ Correspondencia entre dos conjuntos.

Fuente: (Sastre Vázquez, Boubée, & Rey, 2008, pág. 153).

Ya en el siglo XX, en el año 1923 el matemático Edouard Goursat, establece la definición de función como: “se dice que y es una función de x si a cada valor de x le corresponde un único valor de y; esta correspondencia se indica mediante la ecuación “y =

$f(x)$ ". De allí derivaron una serie de definiciones las cual han sido presentadas de manera formal en algunos textos de matemáticas en la actualidad, algunas de ellas son:

- Una función es un conjunto de pares ordenado en lo que cada primer componente corresponde con exactamente un segundo componente. (Álgebra elemental, 2007).
- Es una función, la relación que se establece entre dos variables, una dependiente y otra independiente. (Zoom 8º, 2012).
- Una función f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento llamado $f(x)$, de un conjunto B . (Stewart, 1999).

6.6 Importancia del concepto de función en el estudio del cálculo.

La noción y el uso adecuado del concepto de función son base fundamental en el estudio del cálculo, pues la enseñanza de este se desarrolla directamente en torno al estudio de las propiedades y características asociadas al concepto de función, tales como: dominio, rango, tipos de funciones, grafica de una función, etc. (Farfán & García, 2005, págs. 489-490) hacen referencia a la importancia de este concepto y su relación inmediata en el estudio del cálculo; la construcción de este concepto parte de la idea primitiva de relación entre elementos de dos conjuntos, lo cual resulta muy útil para modelar fenómenos naturales y situaciones de la vida cotidiana, incluyendo una amplia variedad de aplicaciones en distintas disciplinas del conocimiento (López Cahun & Sosa Moguel, 2008, pág. 309), la topografía es una de ellas.

6.7 Dificultades en la comprensión del concepto de función.

El concepto de función, aunque para algunos parezca sencillo y fácil de aplicar, para otros estudiantes puede llegar a ser muy complejo y generar problemas en el aprendizaje del mismo, esto debido a una serie de dificultades propias de la naturaleza misma del concepto, sumado a esto, en ocasiones influye también la manera como suele enseñarse el concepto. (López Cahun & Sosa Moguel, 2008, pág. 314) como producto de su investigación “dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato”, luego de hacer un análisis a los cuestionarios realizados, y basándose en la interpretación de las respuestas se identificaron las siguientes dificultades referentes al estudio de las funciones.

- Analizar el comportamiento e interpretar la gráfica de una función.
- Discernir entre funciones y ecuaciones.
- Que el estudiante enuncie la regla de correspondencia que relaciona los elementos de dos conjuntos sobre los que se define una función.
- Utilizar diferentes representaciones de funciones.
- No se hace explícito el carácter unívoco de las funciones.

Un punto a tener en cuenta es la diversidad de representaciones que se le puede dar a un mismo objeto matemático, un claro ejemplo de ello son la variedad de expresiones con las que se puede describir una función, esta se puede representar mediante una gráfica, relación entre dos conjuntos, conjuntos por extensión o comprensión, diagrama sagital, como una fórmula o mediante una tabla de valores, lo cual para algunos estudiantes no será fácil asimilar el hecho que todas esas representaciones obedecen a un mismo objeto, el cual requiere un alto grado de abstracción (Artigue M. , 1995, pág. 110) menciona que “se han

encontrado dificultades para articular los diferentes registros simbólicos de las expresiones de la noción de función, Junto con las dificultades cognitivas que son reales en las conversiones de un registro a otro”. En varias de estas investigaciones se señala como causa de dificultad los hábitos de la enseñanza tradicional.

6.8 Refuerzo educativo.

Un refuerzo en procesos de educación puede verse como una medida temporal de atención, suele traducirse en un conjunto de actividades y estrategias destinadas a corregir las deficiencias o dificultades en estudiantes o un grupo de ellos, el refuerzo educativo lo suele impartir el propio docente, así lo define (Calucho Herrera, 2018), el refuerzo educativo “debe entenderse como una medida educativa diseñada por el docente y dirigida a ayudar al estudiante en las dificultades académicas ordinarias que pueden surgir a lo largo del proceso de aprendizaje”.

6.9 Concepto de medio didáctico educativo y su influencia en el aprendizaje.

Al hablar de medios es necesario aclarar este concepto; los medios (del latín *medius*) de comunicación se definen como lo que está entre dos cosas, en el centro de algo o entre dos extremos en los que encontramos a un emisor y un receptor; hace referencia al instrumento o forma por la cual se realiza un proceso de comunicación; es decir, es cualquier objeto que permita difundir un mensaje entre el emisor y el receptor, pueden ser equipos, instalaciones, materiales o documentos (Morales Ramos & Guzmán Flores, 2012 - 2013, pág. 6).

Para (Colom Cañellas, Sureda Negre, & Salinas Ibáñez, 1988) citado en (Bravo Ramos, Los medios didacticos en la enseñanza universitaria., 1998, pág. 03), el concepto de medio didactico se define como “aquellos elementos materiales cuya función estriba en facilitar la comunicación que se establece entre educadores y educandos”. Cualquier objeto el cual tenga la capacidad de estimular el aprendizaje, y cumpla con las siguientes características:

- Afectan la comunicación educativa.
- Son un instrumento o un ambiente.
- Son siempre materiales, se puede tocar y medir.
- Se conciben en relación con el aprendizaje.
- Inciden en la transmisión educativa.

De acuerdo con (Bravo Ramos, 1998, pág. 04) dentro de la enseñanza, para emplear de manera adecuada y eficiente un medio, se han de tener en cuenta los siguientes aspectos:

- I. Existe una amplia variedad.
- II. Cumplen una doble misión:
 - a. Ayudan en la preparación del espacio académico.
 - b. Facilitan la comunicación entre profesores y estudiantes.
- III. El medio a emplear se escoge según el mensaje a transmitir.
- IV. Los medios influyen, significan y modifican los contenidos que transmiten.
- V. El uso de los medios de enseñanza debe adecuarse a las siguientes actividades.
 - a. Científica: el profesor debe conocer muy bien los medios, y saber para qué sirve en cada momento.
 - b. Técnica: se debe saber utilizar y manejar el medio a emplear.

- c. Práctica: debe saber contextualizar para saber aplicar el medio a su materia y a las condiciones concretas de aprendizaje donde lo emplea.

Las experiencias pictóricas permiten captar una mayor descripción de lo que se observa, por eso los recursos didácticos audiovisuales realizados de manera correcta y usados con propiedad, ofrecen grandes oportunidades para mejorar el aprendizaje, ya que el recurso audiovisual tiene características que lo hacen muy atractivo; entre ellas la combinación de la imagen, el movimiento y el sonido.

En cuanto a el aprendizaje de contenidos (Rodríguez Diéguez, 1995, pág. 30), hace referencia al informe presentado por la revista *Medicamenta* titulado: “Cómo aprendemos y cómo recordamos”; El cual presenta un estudio sobre los sentidos y su función en relación con la habilidad de retener la información y concluye con los siguientes porcentajes: El 83% de cuanto aprendemos llega por la vista, el 11 % por el oído, el 3,5 % por el olfato y el 1,5 % por el tacto. El gusto contribuye con el 1 % en el aprendizaje de conocimientos.

Por lo tanto, es claro que cuando se introducen medios visuales como apoyo y refuerzo en los procesos educativos “nos escuchan más y nos recuerdan mejor” (Bravo Ramos, 1998, pág. 06). Esto influye en aspectos como la complejidad de algunos conceptos, además, motiva y mantiene el interés por reforzar la información.

6.10 Los medios didácticos en la enseñanza universitaria.

En la actualidad, es habitual encontrar en las aulas de clases proyectores y salas de sistemas, pues hoy día la enseñanza universitaria está marcada por la presencia de medios audiovisuales, lo cual representa una gran ayuda en el aprendizaje y comprensión de conceptos, ya que, con la incorporación de nuevos elementos tecnológicos en las aulas, se abren nuevos sistemas de comunicación a través de los cuales se comparte la información,

generando hábitos y destrezas que escapan a lo tradicional. (García Valcárcel, Navarro Perales, Ramírez Orellana, & Rivas Sánchez, 1994, pág. 04) menciona que “ya que el mundo de las comunicaciones progresa rápidamente, lo que plantea a la educación la necesidad de avanzar en consonancia con el desarrollo tecnológico imperante en la sociedad”.

Este tipo de estrategias tecnológicas, aunque han tardado, han tenido una gran acogida y entraron con fuerza en la educación, por lo que cada vez es más común encontrar tanto los medios como las estrategias usadas a través de los medios, las cuales nos permiten emplear videos, presentaciones con ordenador y tecnologías multimedia (Bravo Ramos, 1998, pág. 03) diría que: “una escuela en los entornos del año 2000 no puede ignorar el ordenador ni el vídeo”. Aun así, se debe tener en cuenta que tanto un mal diseño como el uso inadecuado de estos recursos audiovisuales, puede causar confusiones y rupturas en el proceso de entendimiento, afectado directamente el aprendizaje; debido a ello es necesario tener en cuenta una buena planificación y estructura de los medios. El mismo autor asegura que “los medios didácticos deben formar parte de la programación educativa, por ello, su utilización debe ser planificada” (pág. 4).

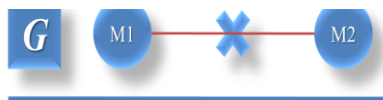
Los medios audiovisuales como recurso didáctico son medios que, básicamente, sirven de apoyo a la explicación del profesor; estos no deben verse solo como elementos técnicos; por lo contrario, son elementos didácticos y de comunicación. (Morales Ramos & Guzmán Flores, 2012 - 2013, pág. 4) dirían al respecto que “el aprendizaje no se encuentra en función del medio, sino fundamentalmente en las estrategias y técnicas que se apliquen sobre él”. Es importante tener claro que el concepto de medio didáctico y la utilización de este son diferentes. Se entiende por vídeo didáctico al medio que ha sido diseñado y

producido para transferir unos contenidos específicos y que, de acuerdo a su diseño y objetivo, propicia el aprendizaje en los estudiantes; por el contrario, la utilización didáctica se refiere a las diversas formas de uso en las que puede desempeñarse en la enseñanza (Cabero Almenara, 2007, pág. 11). Frente a la incorporación de un medio audiovisual, al proceso de enseñanza-aprendizaje es importante tener en cuenta que es el docente quien lleva la dirección del grupo, el medio audiovisual de por sí no podría hacerlo, pero sí puede ser utilizado como elemento mediador para reforzar un concepto.

7 Metodología.

La metodología empleada se desarrolló con base en los objetivos de investigación, los cuales giran en torno a evaluar los efectos en el aprendizaje de un concepto, usando recursos audiovisuales como estrategia de refuerzo en el proceso educativo, se trabajó bajo los parámetros de una ruta de investigación cuantitativa cuasi experimental, el diseño consta de un único grupo y la realización de dos (2) pruebas (pre test – post test), el cual plantea (Hernández Sampieri, 2014, pág. 141) en palabras de Hernández esta ruta y diseño de investigación “Consiste en administrar un estímulo o tratamiento a un grupo y después aplicar una medición de una o más variables para observar cuál es el nivel del grupo en éstas”; el tipo de estudio es descriptivo, lo cual nos permitió conocer los efectos del uso de estos recurso audiovisuales a través de la recolección de datos, los cuales fueron analizados y de esta manera según los valores, describir su comportamiento e identificar sus posibles efectos en el aprendizaje del concepto, lo anterior siguiendo con los parámetros de (Hernández Sampieri, 2014) quien lo plantea de la siguiente manera “A un grupo se le aplica una prueba previa al estímulo o tratamiento experimental, después se le administra el tratamiento y finalmente se le aplica una prueba posterior al estímulo”; En la siguiente ilustración se establece la relación entre el grupo experimental, el estímulo y las pruebas pre y post test.

Ilustración 1 Ruta y diseño metodológico



Características de la ruta metodológica:

- ✓Tipo de estudio: Descriptivo.
- ✓Grado de control: Mínimo.
- ✓Diseño: Único grupo. Pre test/post test.

Fuente: Modificado de (Hernández Sampieri, 2014)

Como técnica de validación central, bajo el enfoque cuantitativo, se tomó el análisis de datos obtenidos a partir de las dos (2) pruebas (pre test – post test), la población que fue parte de esta investigación como el grupo experimental, se seleccionó a través de la prueba pre test, la cual se realizó a los treinta (30) estudiantes que pertenecían al curso de cálculo diferencial en el programa de tecnología en topografía de la Universidad del Quindío; de estos treinta (30) estudiantes, luego de analizar los resultados obtenidos en el pre test, se seleccionaron quince (15) de ellos, tomando como criterio de selección quienes obtuvieron la mayor cantidad de errores, ellos serán el grupo al cual se les suministre los videos (grupo experimental); luego del proceso de intervención con los videos en dicho grupo, y obtener los resultados de efectuar la prueba post test, se realizó el análisis y comparación de datos entre pre test y post test, con el fin de establecer los efectos en el aprendizaje del concepto de función, teniendo como eje central los recursos audiovisuales educativos.

Luego de obtener las dificultades que se marcan en el aprendizaje del concepto función y de planear cada uno de los videos, según las dificultades encontradas previamente (pre test) y tomando en cuenta el plan de estudios del programa, se dio inicio a dos semanas de procesos de grabación y edición en las instalaciones de audiovisuales de la Universidad del Quindío, teniendo como resultado veintinueve (29) videos, los cuales fueron almacenados en tres (3) diferentes CD-ROM, agrupando los videos en el orden que se van presentando las clases de funciones, para posteriormente entregarlos al grupo experimental quienes los usaran como estrategia de refuerzo en el tema de funciones. Una vez terminadas las pruebas se realizaron entrevistas de tipo audio a algunos integrantes del grupo experimental con el objetivo de conocer sus opiniones sobre los videos y que efectos pudo causar el uso de ellos.

Como estrategia de aprendizaje del concepto de función con el recurso audiovisual, se exponen los videos después de las explicaciones dadas por el docente en su clase; en el diseño y desarrollo de los medios se tuvo en cuenta las diferentes etapas propuestas por (Cabero & Romero, 2007) en la producción de medios didácticos audiovisuales, estas son: diseño, producción, postproducción y evaluación. En cuanto al diseño se contemplan las fases de análisis de la situación, plan y tiempos de ejecución del proyecto; en la segunda etapa se tiene la posibilidad de conocer las dificultades a la hora de ejecutar el proyecto, lo cual permite establecer modificaciones oportunas; la tercera fase se concentra en la información, documentación, y ambientación de los videos, de igual forma se establece el guion, que representa una pieza clave en la producción del medio; la fase de producción radica en llevar a cabo y ejecutar cada una de la decisiones tomadas en las fases anteriores; para la validación del medio se toma como estrategia la evaluación por y desde el usuario.

Una forma de asegurar que los estudiantes comprendan y retengan el contenido que se presenta en los vídeos es diseñar una estrategia pedagógica, en este caso se expone como estrategia principal aprovechar los beneficios que tienen los recursos audiovisuales, como: poder ver los videos tantas veces como sea necesario, la posibilidad de escoger el lugar y momento para ver los videos, poder pausar y regresar el video cuando no se comprenda algo del todo, es muy importante que los estudiantes al estar viendo los videos vayan escribiendo y resolviendo los ejercicios propuestos como ejemplos y comparar los resultados, tal como afirma (Bravo Ramos, 2000, pág. 20) “La estrategia didáctica permite que la utilización del medio no se quede en el simple hecho de contemplar un mensaje audiovisual más o menos educativo o más o menos entretenido, sino que se convierta en una clase con unos claros objetivos de aprendizaje que sean logrados correctamente”.

A continuación, se exponen las etapas claves dentro de la metodología propuesta para el desarrollo de la investigación:

Tabla 3 Metodología a implementar.

Fase 01	✓ Prueba pre test y selección de la población.
Fase 02	✓ Análisis e identificación de las dificultades de aprendizaje en el concepto de función.
Fase 03	✓ Selección de la temática académica a reforzar (guion).
Fase 04	✓ Elaboración del recurso audiovisual.
Fase 05	✓ Implementación del recurso audiovisual y prueba post test.
Fase 06	✓ Evaluación de los efectos en el aprendizaje del concepto de función, resultados y conclusiones.

Fuente: Elaboración Propia.

8 Desarrollo del Proyecto.

8.1 Pre test, selección de la población e identificación de las dificultades relacionadas al concepto de función.

La población que fue objeto de esta investigación pertenece a la Universidad del Quindío, y hace parte del programa de tecnología en topografía, asignatura cálculo diferencial, primer semestre del 2020, con un total de treinta (30) estudiantes. La selección del grupo que fue parte del trabajo en desarrollo se hizo mediante la aplicación de una prueba pre test, de la cual se extrajeron unos porcentajes (datos). Esta prueba se realizó a los treinta (30) estudiantes del curso, de los cuales se seleccionaron quince (15) de ellos, el criterio a tener en cuenta para la selección fue la mayor cantidad de errores en la prueba. Una vez definida la población objetivo se les suministró el material audiovisual, posteriormente se realizó un análisis sobre las dificultades.

En la primera semana del calendario académico (I - 2020), se realizó la presentación del proyecto al grupo seleccionado (cálculo diferencial). Seguidamente se llevó a cabo la prueba pre test. A continuación, se describe el contenido de la prueba:

Esta prueba consta de cuatro (4) preguntas relacionadas al concepto de función y sus gráficas (**Anexo A**). La primera pregunta se enfocó directamente en los conocimientos sobre el concepto de función con una pregunta abierta. En la segunda pregunta el estudiante debía relacionar con una flecha dos (2) columnas ordenadas, conformadas por ocho (8) funciones y ocho (8) ecuaciones. La tercera pregunta es diez (10) afirmaciones sobre ecuaciones, gráficas y temas relacionados con funciones, las cuales el estudiante debía responder (verdadero o falso) según su criterio. En la cuarta y última pregunta, se enunciaron ocho (8) funciones que el estudiante debía relacionar con ocho (8) graficas

impresas en la página de la prueba, adicionalmente, los estudiantes contaban con una hoja en blanco para realizar cálculos (análisis de los cortes, vértices, tabulación de variables o factorización) en caso de considerarlo necesario; Luego de realizar la prueba pre test se hizo un análisis con el fin de identificar las dificultades más comunes en los estudiantes.

8.2 Selección de los temas académicos a reforzar.

Los textos de los cuales se obtuvieron los guiones para desarrollar la grabación de los recursos audiovisuales sobre el concepto de función, para elaborar el material audiovisual. Se tomó como guía los textos propuestos en la bibliografía del curso, debido a que los medios didácticos deben ser acordes al plan de estudio propuesto en el syllabus de la asignatura; es decir, para cada una de las clases hay un recurso audiovisual como estrategia de refuerzo. Una vez elegido el tema, se realizó un completo estudio sobre él, seleccionando algunos ejemplos con base en las variantes que se puedan presentar en cada uno de los ejercicios o problemas planteados a resolver.

De los textos Cálculo de Louis Leithold (Leithold, 1998), Cálculo de Ron Larson (Larson R. , 2010), Cálculo de Edwin J. Purcell (Purcell, 2007) los cuales se trabajan con frecuencia en los cursos de cálculo diferencial, se toman en cuenta los temas de matemáticas previos al cálculo, y los temas desarrollados en los primeros capítulos: aquellos que se enfocan en la definición de función, para los estudiantes de tecnología en topografía. La siguiente tabla contiene tanto los temas como la cantidad y el orden establecido para su visualización.

Tabla 4. - Temática para los recursos audiovisuales.

No.	Temas propuestos	Cantidad de recursos
-----	------------------	----------------------

No.	Temas propuestos	Cantidad de recursos
1	Concepto de función	2
2	Función real	4
3	Función Constante – gráfica	1
4	Función Lineal – gráfica	4
5	Función Cuadrática – gráfica.	6
6	Función Cúbica – gráfica	5
7	Función Polinómica – gráfica.	2
8	Función Racional – gráfica.	3
9	Función Exponencial y Logarítmica – gráficas	3

Fuente: Elaboración Propia.

Lo anterior corresponde a la estructura y el orden de los temas para el primer corte académico, caso primer semestre tecnología en topografía, cálculo diferencial, trabajando el concepto de funciones.

8.3 Elaboración de los recursos audiovisuales.

En este campo, para garantizar un medio que tenga las condiciones técnicas requeridas, se realizó una breve exploración sobre los ambientes y herramientas necesarias para poder desarrollar un medio audiovisual didáctico acorde a las necesidades de los estudiantes. Para ello, se contactó a la oficina de audiovisuales de la Universidad del Quindío, quienes prestan asistencia técnica y asesoría para efectuar el proyecto.

Durante del proceso de grabación del material audiovisual, se elabora teniendo en cuenta características como el tiempo y la complejidad de cada tema; determinando que el tiempo mínimo y máximo de elaboración de cada video, de 3 a 10 minutos.

8.4 Almacenamiento y uso de los videos.

Para garantizar mayor comodidad y permanente acceso al material audiovisual, los videos están disponibles de manera física para los quince (15) estudiantes seleccionados; de este modo, a cada uno se le suministra tres (3) CD-ROM's con todos los videos diseñados para reforzar el concepto de funciones, los cuales fueron enumerados y agrupados por carpetas según el tema, de la siguiente manera:

Tabla 5 - Modelo de presentación de videos a los estudiantes

DVD #	Temas	Cantidad de videos
1	Concepto de Función; Función real; Función Constante; Función Lineal; Función Cuadrática.	12
2	Función Cuadrática; Función Cúbica.	8
3	Función Cúbica; Función Polinómica; Función Racional; Función Exponencial; Función Logarítmica.	9

Fuente: Elaboración Propia.

8.5 Recursos económicos destinados al proyecto.

El presupuesto que finalmente se obtuvo, después de todo el proceso de investigación, fue de doscientos cincuenta y tres mil pesos (253.000) moneda corriente, los cuales se distribuyen de la siguiente manera, el 23,7% corresponde a los relacionado con

pasajes y desplazamiento hacia la Universidad del Quindío, el 21,3% se destinó para la compra de los cuarenta y cinco (45) DVD's en blanco y su correspondiente fundas (felpas), el mismo porcentaje 21,3%, fue destinado para la impresión de las ciento treinta y cinco (135) hojas que se usaron en ambas pruebas, para la grabación de los 45 DVD's se destinó el 17,7%, y finalmente en alimentación e hidratación durante el proceso de grabación de los videos se gastó el 17,7% del total de los recursos usados. Por otro lado, la grabación y edición de todos los recursos audiovisuales, se realizó sin costo alguno en las instalaciones de las oficinas de audiovisuales de la Universidad del Quindío, y la bibliografía se tomó de manera digital.

8.6 Implementación del recurso audiovisual y prueba post test.

La presentación de material audiovisual se realizó paralelamente al plan de estudio del curso. Luego de suministrar los CD-ROM's a los estudiantes del grupo seleccionado, se les capacita sobre el uso, acceso y contenido de los CD-ROM's. De esta forma, tienen accesibilidad a los temas que desean reforzar de forma inmediata a través de un PC o un reproductor de vídeos. El uso del material es determinado por el estudiante, definiendo el método de reproducción y el tiempo de estudio destinado a reforzar sus conocimientos mediante los vídeos; continuando sus clases de cálculo habituales, también se programa con los quince (15) estudiantes, en horario de asesoría, ver los videos en grupo para resolver algún tipo de dudas sobre los videos y su contenido; lo cual se hace durante dos (2) semanas, días antes de realizar la prueba post test, dos (2) veces por semana.

Pasadas dos (2) semanas de haber realizado la prueba pre test se realizó la prueba post test (**Anexo B**). Su diseño es similar a la primera prueba. A continuación, se describe el contenido de la prueba:

La primera pregunta es igual a la realizada en la prueba pre test, donde se evalúa de manera directa el concepto de función. La segunda pregunta tiene una pequeña modificación, en vez de relacionar las funciones los estudiantes debían escribir el tipo de función según la ecuación que tenga frente a ella, son ocho (8) ecuaciones y están ordenadas de [a – h]. En la tercera pregunta debían responder verdadero o falso (V o F) a diez (10) afirmaciones, las cuales están asociadas a temas de funciones, gráficas y resolución de ecuaciones. La cuarta pregunta consistía en graficar cuatro (4) funciones en una cuadrícula impresa en la hoja de la prueba.

9 Resultados.

De acuerdo al constructo teórico planteado en esta investigación, se evidencian los tres tipos de dificultades que surgen en la enseñanza de las matemáticas para los estudiantes universitarios en el programa de tecnología en topografía: las producidas por las circunstancias ajenas a las matemáticas, las producidas por el estudiante y las producidas por la naturaleza de las matemáticas (Carrillo Siles, 2009). Cuando se analizaron los resultados de la prueba pre test se pudo evidenciar falta de conocimiento para estructurar una buena definición sobre el concepto de función, se presentó confusión entre la función exponencial y su inversa, la función logarítmica, así como, asimilar las diferentes representaciones que se pueden presentar de una misma función, la diferencia entre función y ecuación también se notó en varias ocasiones, y relacionar una función con su respectiva gráfica, entre otras.

Estas dificultades que se hallaron están directamente relacionadas con la falta de una sólida estructura por parte de algunos estudiantes, en algunos casos particulares estas dificultades provienen de situaciones ajenas a lo académico; se notó falta de herramientas para resolver algunas ecuaciones como saber factorizar, y es claro que la complejidad natural de las matemáticas juega un papel importante, de allí que algunos se vieran confundidos en algunas de las afirmaciones (pregunta 3).

De lo anterior se destacan los porcentajes obtenidos en las preguntas [1-4] de la prueba pre test; donde en la pregunta 1 se obtuvo el 86,6% de respuestas incorrectas, para la pregunta 2 se obtuvo un acumulado de cerca del 20% de respuestas incorrectas en los puntos [a-h], en la pregunta 3 el porcentaje acumulado de respuestas incorrectas fue del 62,64% en los puntos [a-j], para la pregunta 4 el acumulado de porcentajes de respuestas incorrectas es del 70% en los puntos [A-D], de estos porcentajes se resaltó las deficiencias

halladas en conocimientos generales sobre funciones y sus gráficas, no se detectó mucha dificultad para que relacionaran una función a una ecuación (pregunta 2).

Lo anterior responde al primer objetivo de esta investigación “Identificar las dificultades que presentan los estudiantes de I semestre de tecnología en topografía de la Universidad del Quindío, en el curso de cálculo diferencial, en el tema de funciones”; veamos la tabla que muestra los porcentajes para la prueba pre test.

Tabla 6 Porcentajes obtenidos en la prueba pre test

Prueba pre test	Correctas	Incorrectas
pregunta 1	13,3%	86,6%
pregunta 2	81,6%	18,4%
pregunta 3	37,2%	62,8%
pregunta 4	29,9%	70,1%

Fuente: Elaboración Propia.

Añadido a lo anterior, se analizaron las calificaciones obtenidas en el primer parcial del curso de cálculo diferencial, primer semestre del 2016 hasta primer semestre de 2018 en los grupos A y B; a continuación, se presentan los porcentajes de las calificaciones obtenidas; tanto al grupo A como B se les evalúa el concepto de función en el primer corte de dicho curso.

Tabla 7 Calificaciones obtenidas en el curso de Cálculo I – Tecnología en Topografía 2016 - 2018.

Periodo	Calificaciones obtenidas					Total, Estudiantes
	[0.0 - 1.0)	1.0 - 2.0)	[2.0 - 3.0)	[3.0 - 4.0)	[4.0 - 5.0]	
I Semestre 2016 (A)	18%	5%	23%	52%	2%	44

I Semestre 2016 (B)	24%	10%	19%	38%	10%	21
II Semestre 2016 (A)	19%	6%	32%	29%	13%	31
II Semestre 2016 (B)	21%	18%	24%	30%	6%	33
I Semestre 2017 (A)	23%	2%	36%	32%	7%	44
I Semestre 2017 (B)	28%	8%	36%	15%	13%	39
II Semestre 2017 (A)	14%	4%	39%	43%	0%	28
II Semestre 2017 (B)	27%	0%	35%	38%	0%	26
I Semestre 2018 (A)	27%	3%	40%	23%	7%	30
I Semestre 2018 (B)	24%	6%	45%	18%	6%	33
Total, estudiantes	74	20	109	105	21	329

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 8 Porcentajes de calificaciones acumulados del 2016 – 2018

Porcentaje de calificaciones obtenidas				
[0.0 - 1.0)	[1.0 - 2.0)	[2.0 - 3.0)	[3.0 - 4.0)	[4.0 - 5.0]
22%	6%	33%	32%	6%
[0-3)			[3-5]	
62%			38%	

Fuente: Elaboración Propia.

Tomando una muestra total de trescientos veintinueve (329) estudiantes en el curso de cálculo diferencial, el 62% de los estudiantes obtuvo una nota deficiente en el primer parcial, mientras que el 38% logró una calificación aprobatoria; de este 38% tan solo un 6% alcanzó calificaciones superiores indicando conocimientos claros sobre el concepto de

función. Lo anterior hace evidente que más del 50% de los estudiantes presenta dificultades relacionadas al concepto de funciones.

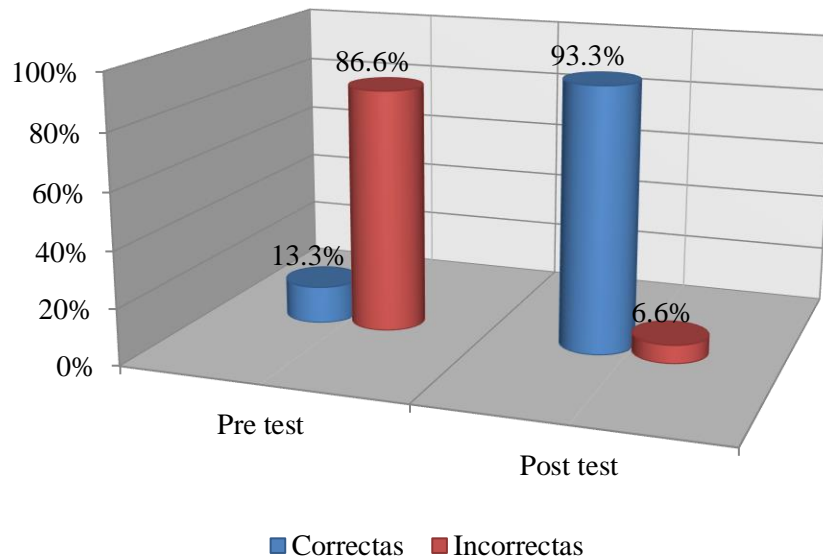
Tomando en cuenta las recomendaciones por parte del personal de la oficina de audiovisuales de la Universidad del Quindío, en cuanto a sonidos, iluminaciones, cámaras, ángulos de grabación, ambientes académicos, tipos de tableros, tamaño de gráficas y uso del tiempo, las cuales fueron importantes para obtener una buena calidad en cuanto a la grabación, edición y la posterior ejecución del material audiovisual, lo cual aportó una óptima calidad técnica, representada en un buen sonido y una imagen muy definida, en lo académico se ciñen al plan de estudio de cálculo diferencial del programa de tecnología en topografía. En cuanto al cronograma, se desarrolló en el tiempo establecido.

9.1 Comparación de resultados entre pre test y post test.

Para dar respuesta al objetivo principal de este proyecto, el cual gira en torno a los efectos en el aprendizaje del concepto de función implementando un recurso audiovisual como refuerzo académico, se planteó hacer un cuadro comparativo con los resultados obtenidos derivados de las pruebas pre test y post test presentadas por el grupo experimental. A continuación, se presentan los paralelos cada una de las preguntas relacionando los porcentajes obtenidos en ambas pruebas.

Para la pregunta 1 se consigue la siguiente gráfica:

Grafica 1 Comparación de porcentajes, pregunta 1.

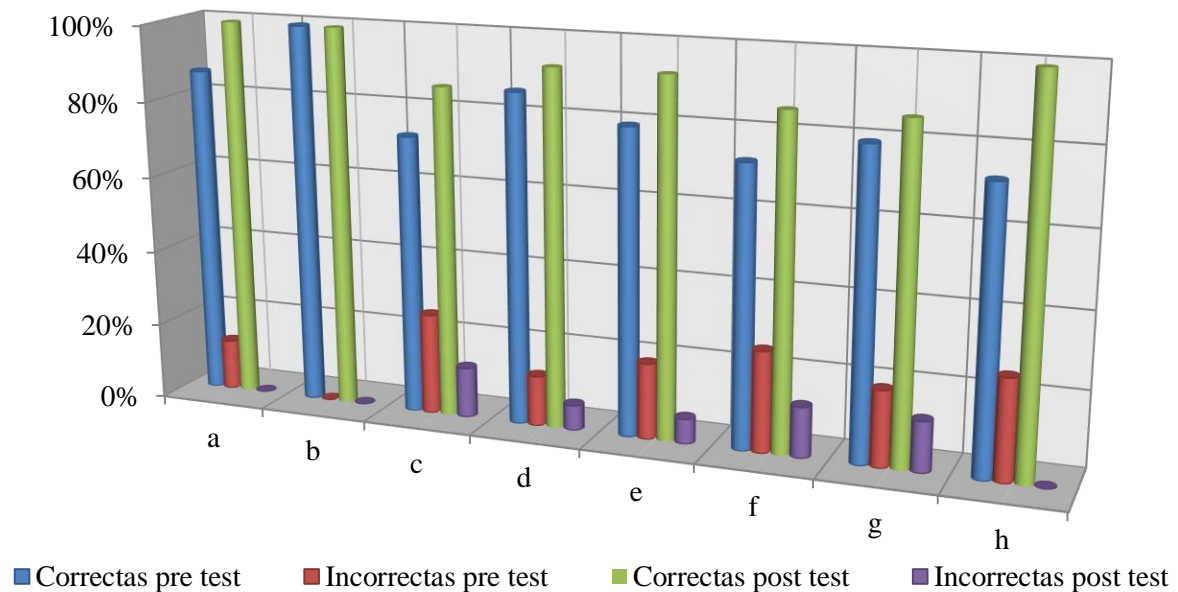


Fuente: Elaboración Propia.

La pregunta 1, que es igual en cada prueba, se cuestionan los conocimientos sobre el concepto de función, en la prueba pre test el 13,3 % de los estudiantes, es decir, dos (2) de ellos respondieron de manera acertada y evidenciaron algún conocimiento sobre el término, el 86,6 % restante no lograron expresar ideas claras sobre este concepto. En la prueba post test, los resultados evidencian un incremento en las respuestas correctas del 80 %, pasando de un 13,3 % a un 93,3 %.

Para la pregunta 2 se realizó la siguiente gráfica:

Grafica 2 Comparación de porcentajes, pregunta 2 [a - h].

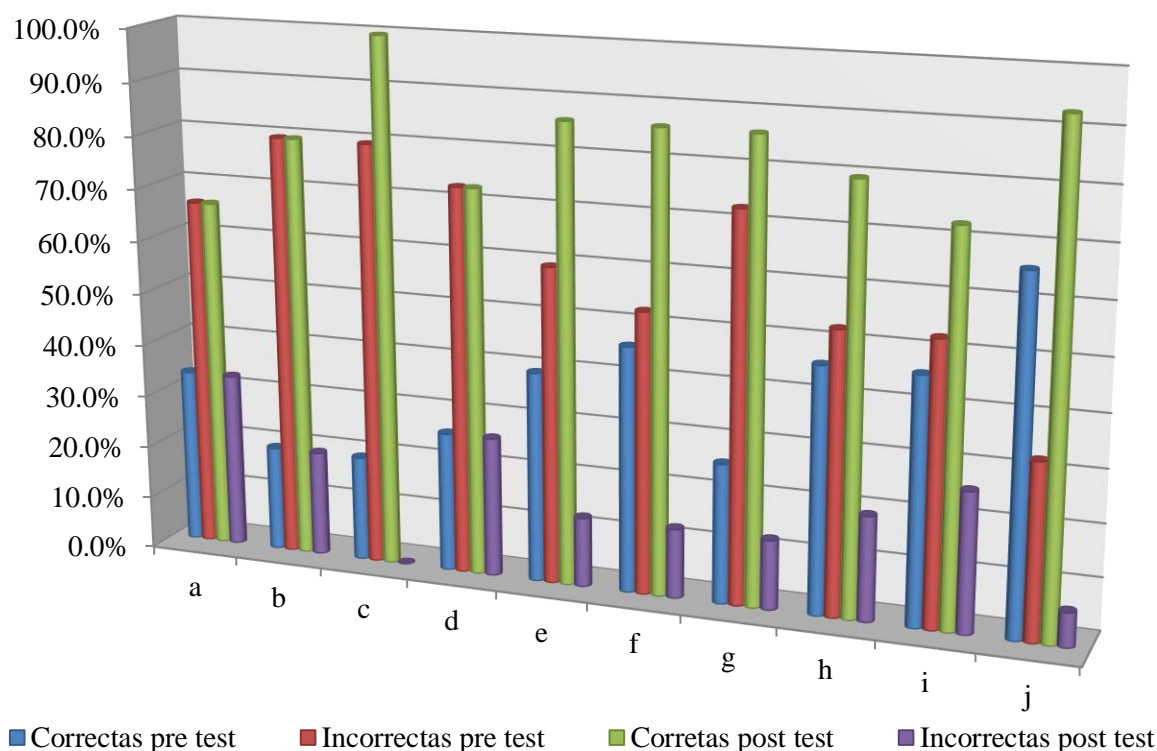


Fuente: Elaboración Propia.

Para facilitar la interpretación de las gráficas se separan por colores los resultados de cada prueba. Tal como indica la gráfica (2), los colores azul y rojo representan los resultados de la Prueba pre test y los colores verde y morado representan los resultados de la prueba post test. En el pre test, el 83% de los estudiantes obtuvieron cinco o más aciertos, mientras que el 17% solo lograron entre uno y cuatro aciertos, siendo el concepto de función constante uno de los errores más comunes con el de 20% de respuestas incorrectas. En el post test, al relacionar las gráficas se observó una mejoría en los porcentajes de los puntos [a, c, d, e, f, g, h], se mantuvo el porcentaje en el punto [b].

Para la pregunta 3 se realizó la siguiente gráfica:

Grafica 3 Comparación porcentajes, pregunta 3 [a - j].



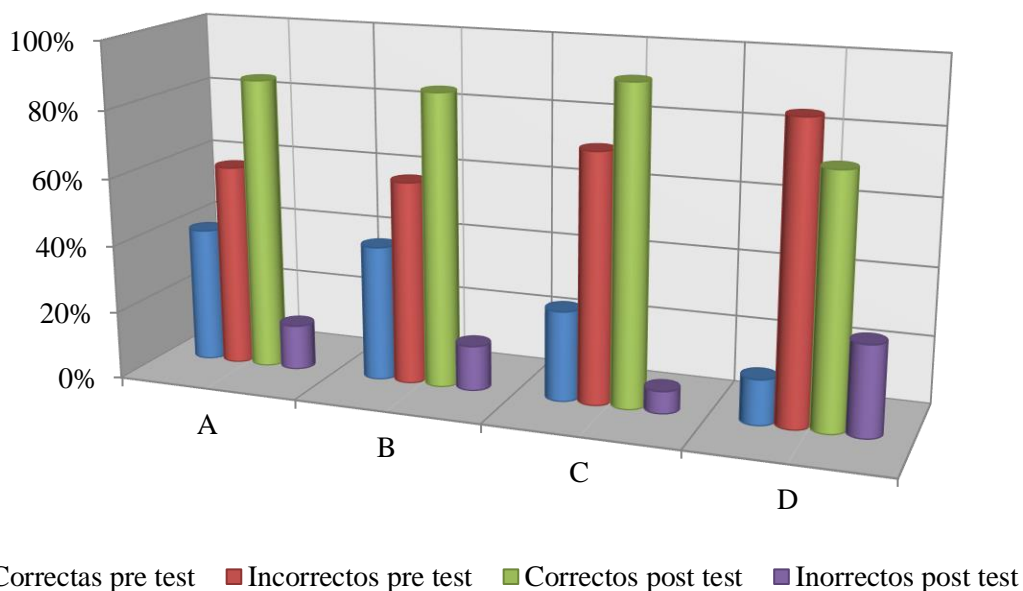
Fuente: Elaboración Propia.

En la prueba pre test el 57% de los estudiantes en esta pregunta obtuvieron cuatro (4) o más errores, mientras que el 43% entre uno y tres errores. Las diez (10) afirmaciones se agruparon en tres categorías: gráficas, resolución de ecuaciones y conceptos relacionados a funciones. Las tres primeras (a, b, y c) son preguntas relacionadas con gráficas, las afirmaciones (e, f, y h) hacen referencia a la resolución de ecuaciones, y (d, g, i, y j) son preguntas sobre conocimientos generales en temas de función como asíntotas o tipos de función. Se evidenció errores en las tres categorías, siendo los más comunes los relacionados a las gráficas y la resolución de ecuaciones. En la prueba post test se evidencia

un incremento significativo en las respuestas correctas en todos los puntos [a – j]. Lo que se traduce en una retención óptima del contenido, reflejado en los resultados de la evaluación.

Por último, para la pregunta 4 se tiene la siguiente gráfica:

Grafica 4 Comparación de porcentajes entre las gráficas de la pregunta 4.



Fuente: Elaboración Propia.

En la prueba pre test solo tres (3) estudiantes lograron acertar todas las gráficas y su respectiva función, como resultado, el 40% de los estudiantes erraron cuatro (4) o más de las gráficas y su función, en este caso los errores más comunes fueron con las gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas. En la prueba post test, pregunta 4, hubo un cambio en relación a las gráficas y su respectiva función, a diferencia de la prueba pre test, en la prueba post test se debían graficar cuatro (4) funciones dadas, las cuales estaban en la prueba pre test; para hacer una correcta comparación, se tuvo en cuenta las siguientes gráficas relacionadas a cada función de la prueba pre test [I, III, IV, V], ya que estas corresponden a las gráficas en el plano cartesiano que se debían realizar en la Prueba post

test. Se puede evidenciar que el porcentaje de error de la prueba post test es menor que en la prueba pre test.

A continuación, se exponen las relaciones establecidas a través de las cuales se realizó la comparación de los porcentajes obtenidos en las gráficas de la pregunta 4, el criterio de selección para una adecuada comparación fue el tipo de función graficada en cada una de las pruebas:

Tabla 9 - Relación para comparación de porcentajes, grafica de una función, pregunta 4 de las pruebas pre test y post test.

Relación entre gráficas.	Pre test	Post test
	Pregunta 4 Grafica seleccionadas para comparación de porcentajes.	
A	I	I
B	IV	II
C	V	III
D	III	IV

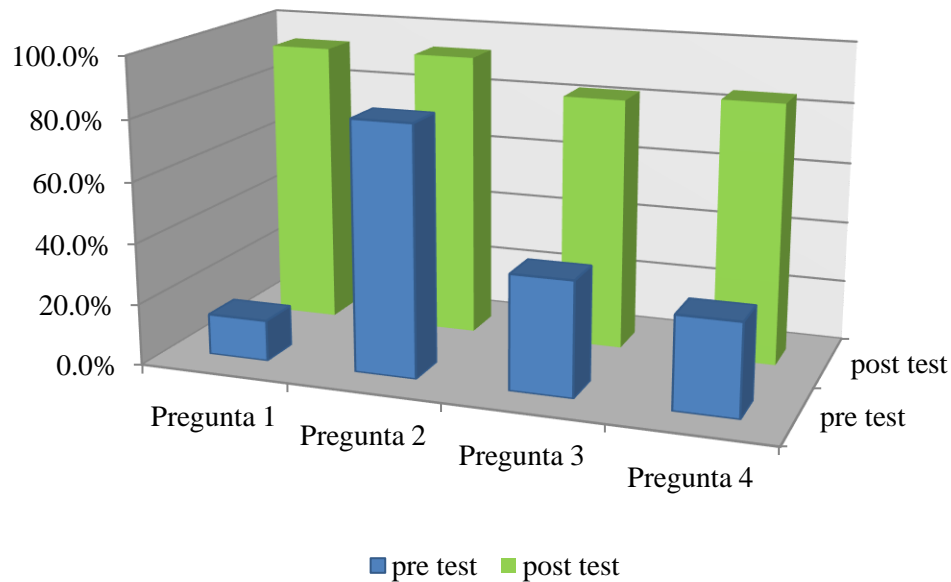
Fuente: Elaboración Propia.

En todas las relaciones establecidas para la pregunta 4 se logró evidenciar incrementos en los porcentajes de las respuestas correctas. En las relaciones [A, B, D] se puede observar un aumento significativo de casi el 50% en las respuestas correctas de las gráficas para la prueba post test con relación a las gráficas de la prueba pre test, en la relación [C] también se registró un leve incremento en el porcentaje de respuestas correctas en la gráfica de la prueba post test.

Los resultados de esta investigación derivan de comparar los porcentajes obtenidos en las pruebas pre test y post test, los cuales se vieron afectados de manera positiva después de aplicar la estrategia planteada, usando los recursos audiovisuales; se pudo evidenciar que en todos los puntos [1-4] de la prueba post test se presentó un incremento significativo en cuanto a las respuestas correctas, lo cual evidencia mejor manejo de los temas relacionados a funciones y sus gráficas, también se mejoró sustancialmente las definiciones dadas sobre que es una función; estos resultados demuestran que el material audiovisual como estrategia de refuerzo en procesos educativos, promueven el interés y mejora los conceptos en los estudiantes, lo cual es pieza clave para dar respuesta a la pregunta planteada en este proyecto.

Los resultados que surgen de la comparación de las respuestas obtenidas en las pruebas pre test y post test dan respuesta a los objetivos planteados en esta investigación; ya que a través de la prueba pre test se pudo identificar aquellas dificultades que giran en torno al aprendizaje del concepto de función, con lo cual se logró diseñar el medio audiovisual enfocado en las necesidades de la población, con la presentación de los videos y la prueba post test se pudo obtener la información necesaria, es decir datos, para darle continuidad a la metodología establecida; tras evaluar los resultados obtenidos de la implementación del material audiovisual didáctico, donde se pudo evidenciar que en la prueba post test, en las cuatro preguntas se presentó incremento en los porcentajes de respuestas correctas. De tal manera que se presentan los siguientes porcentajes acumulados para cada pregunta:

Grafica 5 Comparación de porcentajes de las respuestas correctas para pre test y post test. Preguntas [1 - 4]



Fuente: Elaboración Propia.

En las preguntas [1, 3, 4] se obtuvo un incremento significativo en los porcentajes de respuestas correctas de la prueba post test con relación a la prueba pre test. En las preguntas 1 y 4 el incremento fue de más del 50%. En la pregunta 3 el incremento fue del 45,3%; mientras que en la pregunta 2 el incremento fue del 11,7%. Hay que mencionar que para la pregunta 2 ambos porcentajes fueron altos; aun así, se obtuvo como resultado final que todos los porcentajes de la prueba post test mejoraron con relación a la prueba pre test.

9.2 Evaluación por parte de los estudiantes.

Una vez presentada la prueba post test, se procede a realizar un sondeo entre los estudiantes para determinar la disposición de cada uno de participar en una entrevista de evaluación sobre los resultados de su aprendizaje. Dicha entrevista es realizada en formato audio, contando con el previo consentimiento de cada estudiante, esto con el fin de conocer

su evaluación personal relacionada con el proyecto y analizar las diferentes posturas entorno al desarrollo del mismo. De esta forma, se efectuaron cinco (5) entrevistas cuya estructura se presenta a continuación:

La estructura de la entrevista consta de cinco (5) preguntas abiertas. Cada respuesta pretende tomar una apreciación subjetiva de cada estudiante.

Tabla 10 - Formato de entrevista para los estudiantes.

No. Pregunta	Área
Pregunta 01	¿Cree usted que el uso de vídeos fortalece los conceptos vistos en clase? En esta ocasión el concepto de función.
Pregunta 02	¿Cree usted que el vocabulario usado en los vídeos fue adecuado y fácil de entender?
Pregunta 03	¿Qué cambios haría en los vídeos para una mejor comprensión?
Pregunta 04	¿Qué dificultad encontró a la hora de estudiar con los vídeos?
Pregunta 05	¿Había usado usted antes vídeos para reforzar sus conceptos?

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se exponen la aplicación de las cinco (5) entrevistas pertenecientes del proceso de investigación. Cada estudiante fue seleccionado de manera aleatoria y estuvo de acuerdo en realizar la entrevista.

Estudiante 1: Tecnología en Topografía

1. Sí, lo fortalece. Porque cuando uno ve, escucha y práctica, o al menos en mi caso, hubo más posibilidades de que me quedara el concepto claro, sobre cada una de las funciones.
2. Sí, ya lo habíamos escuchado con el profesor; entonces fue fácil, ya tenía conocimiento acerca de ello.
3. No, no le cambiaría nada.
4. La única dificultad fue que mi computador no tiene puerto para CD, pero los pude pasar por memoria.
5. No, es la primera vez que veo vídeos sobre cálculo, me daba pereza porque me enredaba más.

Estudiante 2: Tecnología en Topografía.

1. Sí, me ha ayudado a conocer más sobre las funciones, pues no lo tenía tan claro y me ayudó a tener más conocimiento ante el tema.
2. Sí, me pareció muy fácil ya que el profesor da otros métodos y por medio del vídeo aprendí un método diferente. Sí, entendí todo.
3. No, ninguna. Todo está bien.
4. No, ninguna. De pronto el tiempo. Quizás un poco más para estudiar bien; de resto bien.
5. Sí. Sí los había visto, pero no entendía bien; me confundía un poco.

Estudiante 3: Tecnología en Topografía.

1. Sí. En realidad, bastante. Ya que yo no tenía claro el concepto de función, yo no le había prestado importancia a este concepto, solo me concentraba en resolver la ecuación, pero con estos vídeos ya tengo un concepto de función más claro.

2. Al principio sí, después hubo unos términos que no entendía muy bien, pero con la ayuda de Internet los busqué y comprendí bien.
3. Los vídeos son muy buenos, solo noté que algunos tenían mejor sonido que otros, pero no de verdad que todo estaba muy bien.
4. La mayor dificultad fue el tiempo, y que algunos computadores no tiene puerto de CD.
5. Sí, obvio. Pero uno ve muchos vídeos y cada profesor tiene sus propios métodos para resolver los ejercicios y de tantos vídeos que uno ve se termina confundiendo; pero con estos vídeos ya me quedaron claras todas las funciones.

Estudiante 4: Tecnología en Topografía.

1. Sí, claro. Fortalece demasiado, ya que nos permite entender de mejor manera lo que nos están mostrando, ya que nos explican y podemos ver el paso a paso de cómo se resuelve cada ejercicio. Me quedó claro el concepto de función. Se utilizó un vocabulario sencillo.
2. Sí, fue fácil de entender porque son palabras claras y no tan conceptuales; es decir, se usaron conceptos básicos.
3. No. Pues, la verdad, fueron de gran ayuda; entonces los cambios serían muy mínimos.
4. No, ninguna dificultad. Fueron de gran ayuda y me ayudaron a comprender el concepto de función.
5. Sí. En algunas ocasiones busqué esa herramienta, pero la mayoría de veces sentía que me hacía las cosas más complejas a diferencia de esta situación.

Estudiante 5: Tecnología en Topografía.

1. Claro. Ya que, si uno no tiene muy claro algunas cosas, viendo los vídeos y rayando entonces va a tener más claras las ideas y poder entender más fácil el concepto de función.
2. Sí, claro. No tenía errores ni nada que no pude entender. Todos los vídeos me hicieron entender muy bien los conceptos.
3. Lo único que pude notar es que en algunos de los vídeos el audio era más alto que en otros, de resto nada.
4. La única dificultad es que mi computador no tiene unidad de CD entonces fue necesario pasarlos con una memoria. Quizás un poco más de tiempo.
5. No. porque terminaba enredándome un poco más.

En las cinco encuestas realizadas los estudiantes coincidieron en resaltar la utilidad de los videos como herramienta de refuerzo en su aprendizaje. Las recomendaciones versaron sobre mejorar el audio de algunos videos y diversificar el medio de suministro del contenido audiovisual, pues resaltan que el uso de unidad de DVD se está haciendo obsoleto, puesto que los equipos de cómputo portátiles actuales ya no tienen esta herramienta disponible. Es importante para el desarrollo de este proyecto conocer las diferentes opiniones que se puedan presentar por parte de los estudiantes, ya que estas son parte fundamental en el proceso de analizar los resultados obtenidos para llegar a una conclusión general y objetiva.

9.3 *Discusión de Resultados*

Posteriormente después de haber descrito los resultados de este proyecto respecto a los efectos de implementar un recurso audiovisual como estrategia de refuerzo en procesos académicos; los cuales fueron obtenidos sobre el análisis y comparación de porcentajes en la prueba pre test y post test, se presenta en este capítulo la discusión de los resultados.

Los anteriores resultados, conducen a pensar que la aplicación de métodos que involucren recursos audiovisuales para reforzar el nivel de aprendizaje es efectivo aplicando la metodología de la presente investigación, dicha afirmación coincide con los hallazgos realizados por (Bravo Ramos, 2000) quien afirma de manera general que para la mayoría de los estudiantes la metodología implementada durante la investigación, la cual consiste en la proyección de videos educativos en materia de refuerzo académico, fue de gran ayuda para superar sus dificultades académicas, Ramos menciona que “la aplicación de nuestra metodología pone de manifiesto que los alumnos del curso consideran que la forma de impartir clase por nuestro método es más interesante y despierta el interés”.

Dando continuidad a las ideas de (Bravo Ramos, 1998), con relación a los medios audiovisuales, respecto a los hallazgos obtenidos en el presente proyecto, se resalta el uso de recursos audiovisuales como una herramienta útil y facilitadora en procesos de aprendizaje, tomando en cuenta que la efectividad de la misma está condicionada a una buena estrategia a la hora de realizar y presentar los recursos audiovisuales, coincidiendo de igual forma con (Sandoval, Cagua, Molina, & Patricio, 2018), donde se pudo evidenciar varios puntos de convergencia frente al video como ayuda en procesos de aprendizaje, donde se resalta la retención de contenidos a través de lo visual y lo auditivo, la versatilidad con la que estos medios pueden ser integrados en procesos educativos; seleccionar y

digitalizar la información para crear el recurso de refuerzo, y el uso adecuado y constante por parte de los estudiantes genera una mayor comprensión, estimula al estudiante a seguir aprendiendo, y la información se presenta en un lenguaje fácil de entender y contextualizado a sus propias dificultades.

El uso de estos recursos que integran audio y video, son más atractivos visualmente y que, de manera responsable y diseñados en un contexto específico, permite un mejor entendimiento y uso de conceptos, estimulan los sentidos, son de fácil acceso, promueven la adquisición de habilidades y destrezas que son usados como herramientas por parte de los estudiantes; lo cual se evidencia tanto en esta investigación como en cada uno de los antecedentes mencionados en el estado del arte.

Cuando se usa un recurso audiovisual, de manera planificada en procesos de enseñanza, se optimiza la retención y uso del contenido mejorando así el aprendizaje, recordando los porcentajes de retención de contenido de (Bravo Ramos, 1998), cuando vemos, oímos y hacemos simultáneamente se logra obtener una retención del 75% del contenido; la participación activa del estudiante genera una mayor cantidad de retención del contenido, la posibilidad de acudir a ella en la inmediatez hace que esta herramienta estimule al estudiante el deseo por aprender, de ello nos habla (Sandoval, Cagua, Molina, & Patricio, 2018). quien afirma al respecto que “una de sus ventajas es la versatilidad con la que se puede incorporar a los procesos de aprendizaje y su fácil acceso”; por otro lado, el uso sistemático de esta herramienta genera ambientes de aprendizaje que motivan al estudiante generando el conocimiento del concepto y se destaca lo mencionado por (Díaz Perera, Recio Urdaneta, & Saucedo Fernández, 2011), “investigadores consideran que el aprender utilizando las TIC como herramienta didáctica puede ser tomado en cuenta para la

formación de competencias”; de manera paralela junto con (Barboza Dávila, 2018). se encontró que el uso de medios didácticos en el aprendizaje de conceptos matemáticos, facilita al estudiante una novedosa forma de trabajo despertando mayor interés por su aprendizaje, logrando avanzar en el desarrollo y aplicación de conceptos nuevos, como es el caso del concepto de función; hay que tener en cuenta que el uso de estos videos como estrategia de aprendizaje está sujeto a una previa planificación por parte del docente, en la cual se debe considerar la población, la asignatura, las posibles dificultades que pueden presentar los estudiantes, pues de ello dependerá el éxito o fracaso de implementar los videos.

Ahora, tomando como punto de referencia las apreciaciones de los estudiantes y la identificación de sus propias dificultades, estos coinciden en afirmar que “haber usado los videos como estrategia de refuerzo en el proceso de enseñanza del concepto de función permite una mejor y mayor comprensión del concepto ”; La anterior afirmación permite inferir que tanto el diseño del medio didáctico audiovisual como la estrategia usada para suplir las deficiencias en el proceso de aprendizaje del concepto de función, en el curso de cálculo diferencial se realizó de manera satisfactoria.

10 Conclusiones.

La prueba pre test permitió conocer las diversas dificultades que atraviesan los estudiantes de tecnología en topografía en la comprensión del tema de funciones, lo que facilitó la identificación de los temas a reforzar en los videos, siendo algunos de estos: concepto de función y tipos de funciones, ecuaciones polinómicas, temas asociados a funciones (dominio, rango, asíntotas, ...) y gráfica de una función.

Con relación al diseño e implementación de recursos audiovisuales como estrategia de refuerzo, se encontró que los videos elaborados bajo las especificaciones técnicas adecuadas y enfocados en una población y tema en específico, son una estrategia pedagógica funcional, teniendo en cuenta el rendimiento presentado por los estudiantes una vez implementada la estrategia de usar recursos audiovisuales, el cual fue adecuado técnicamente y diseñado bajo las necesidades académicas de los estudiantes; lo anterior permite inferir que la metodología y organización del contenido académico afecta directamente el rendimiento del estudiante, para este caso mostrando efectos positivos en el proceso de aprendizaje del concepto función, algunos de estos efectos, contrastan entre los resultados del actual proyecto y las conclusiones halladas en los antecedentes previamente citados.

Finalmente, en la etapa de evaluación se reconoce la ayuda que presta tanto para el estudiante como para el docente el uso de estos videos, ya que por parte del estudiante se convierte en una herramienta fundamental para reforzar sus estudios, y por parte del docente se facilita la comunicación con los estudiantes, y, además, esta metodología propicia un entorno académico donde se construyen relaciones de confianza entre docentes y estudiantes para conseguir una formación profesional integral.

Se concluye entonces que el video como herramienta de refuerzo tiene efectos positivos en el proceso aprendizaje, los resultados obtenidos en la prueba post test, evidencian que el uso de estos recursos audiovisuales facilita la comprensión de temas matemáticos, generando no solo un mejor rendimiento en los estudiantes, sino que crea confianza en ellos para afrontar mejor los temas y conceptos complejos dentro de las matemáticas. Adicional, tener herramientas funcionales que acompañen el proceso de aprendizaje podría disminuir los índices de deserción académica en el programa de tecnología en topografía, puesto que el uso de los videos genera un ambiente de aprendizaje a nivel grupal; ya que se crea un contacto constante con la información, lo cual facilita los estudios para quienes deben trabajar; baja los índices de frustración ya que el estudiante obtiene herramientas para enfrentar cada uno de los retos académicos y obtener buenos resultados motiva al estudiante a seguir su carrera.

Por último, gracias a la discusión de los resultados, a la participación de los estudiantes del programa de tecnología en topografía y a la colaboración del equipo audiovisual de la Universidad del Quindío, se llega a la siguiente conclusión, tomando en cuenta la comparación de porcentajes obtenidos en las pruebas pre test y post test, en donde se pudo evidenciar mejores resultados para la prueba post test, con relación a la prueba pre test, lo cual fue producto de vincular los avances de las tecnologías de la información a la pedagogía y asociarlas al conocimiento exacto y profundo de las matemáticas, elaborando un recurso audiovisual, implementando una metodología enfocada en el aprendizaje a través de ellos, trajo consigo efectos positivos para los estudiantes que usaron los recursos audiovisuales como refuerzo en el tema de funciones, mejorando sus conceptos, adquiriendo habilidades y herramientas matemáticas, generando confianza en los estudiantes, además, mejorando el rendimiento académico; usando un recurso audiovisual,

poco a poco los estudiantes se van preparando para los retos académicos que semestre a semestre debe ir afrontando.

11 Impacto Social.

Los continuos procesos de globalización, las diferencias culturales, el fluctuante contexto social internacional y nacional, hace que la interpretación cotidiana de la realidad cambie en todos los aspectos, incluidos, los espacios académicos de colegios y universidades. Por tanto, implementar herramientas tecnológicas que fortalezcan las clases a través de la virtualidad, es uno de los nuevos retos que asume el Ministerio de Educación y que traslada dicho reto a las instituciones educativas, que a su vez ejercen presión a sus docentes para diseñar estrategias educativas que ayuden a los estudiantes a alcanzar niveles de aprendizaje óptimos. De esta forma, el implementar metodologías explicativas, como la desarrollada a lo largo de la presente investigación, pone como ejemplo la importancia de impartir conceptos claros y directos dentro del aula de clase, todo con el fin de poder avanzar en los procesos de formación de la educación virtual, tanto para las universidades como para las instituciones educativas en Colombia.

Cabe resaltar, que la educación en el país comenzó su transición a la virtualidad recientemente. Los medios didácticos constituían un apoyo para la enseñanza tradicional más no un método de enseñanza en sí. Es solo hasta inicios del 2020, cuando se declaró el estado de emergencia sanitaria por el gobierno nacional por la llegada de la pandemia causada por el coronavirus que el Ministerio de Educación implementó la virtualidad como medio de enseñanza. Este tipo de enseñanza también es llamada E-learning y se vale de la tecnología, la Internet y todas las herramientas del mundo online para hacer la transmisión de información necesaria para que el estudiante aprenda el contenido del tema que está estudiando. Presenta simultáneamente múltiples ventajas y desventajas como el hecho de que puede enseñarse cualquier tema, en cualquier lugar, sin límite de distancia, en detalle

siguiendo el mismo plan de clase, pero también, la educación es más corta, menos personalizada, más lenta y con ritmos de aprendizaje diferentes. Para reducir la brecha de aprendizaje se utiliza el medio didáctico audiovisual, sobre todo en los conceptos de función y sus gráficas en el curso de Cálculo I de tecnología en topografía, reforzando los contenidos de estudio. Como principal resultado deseado se espera que se reduzca el alto porcentaje de deserción académica que se ha venido presentando en el programa.

12 Referencias

- Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática, La enseñanza de los principios del cálculo: problemas*. Bogotá: Grupo editorial Iberoamérica.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. *Ingeniería didáctica en educación matemática* , 110.
- Barboza Dávila, F. L. (2018). *Uso de medios audiovisuales en la gestión del aprendizaje matemático en estudiantes del 4°*. Chimbote-Perú.
- Bravo Ramos, J. L. (2000). *El Vídeo Educativo*. Madrid.
- Bravo Ramos, J. L. (2004). Los medios de enseñanza: Clasificación, selección y aplicación. *Revista de Medios y Educación* , 113-124.
- Bravo Ramos, J. L. (1998). *Los medios didácticos en la enseñanza universitaria*. Madrid.
- Cabero Almenara, J. (2007). *Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación*. Sevilla: McGrawHill.
- Cabero, J., & Romero, R. (2007). *Las TIC en los Procesos de Formación*.
- Calucho Herrera, M. C. (2018). *El refuerzo pedagógico como herramienta para el mejoramiento de los aprendizajes*. Quito.
- Carrillo Siles, B. (2009). *Dificultades en el aprendizaje matemático*. Córdoba.
- Chaves Restrepo, M. (13 de Diciembre de 2019). Los mejores colegios para 2020 a la luz de los resultados de las pruebas saber.

Colom Cañellas, A. J., Sureda Negre, J., & Salinas Ibáñez, J. (1988). *Tecnología y Medios Educativos*. Madrid: Educacion y futuro.

Díaz Perera, J. J., Recio Urdaneta, C. E., & Saucedo Fernández, M. (2011). El video en el desarrollo de competencias matemáticas, caso: Universidad Autónoma del Carmen. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo* , 97-112.

Farfán, M. R., & García, M. (2005). *El concepto de función: Un Breve Recorrido Epistemológico* . Mexico: Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol.18.

García Lopez, I. (2005). *www.rekursostic.educacion.es*. Obtenido de http://www.rekursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/funcion_estudio_golbal_eda05/concepto_funcion.htm

García Valcárcel, A., Navarro Perales, M. J., Ramírez Orellana, E., & Rivas Sánchez, R. (1994). Tecnología Educativa Y Nuevas Tecnologías Aplicadas A La Educación. *Enseñanza* , 17-29.

Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la invesigacion*. México: Mac Graw Hill.

Larson, R. (2010). *Calculo*. Ciudad de Mexico: Mc Graw Hill.

Larson, R., & Edwards, B. (2016). *Cálculo Tomo 1, Décima Edición*. Florida: Cengage Learning.

Leithold, L. (1998). *El Calculo*. Oxford.

López Cahun, J., & Sosa Moguel, L. (2008). *dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funcion en estudiantes de bachillerato*. Mexico.

Medina Palencia, Y. Y. (2014). El video como estrategia para la enseñanza de ingles.

Escenarios. , 116-129.

Morales Ramos, L. A., & Guzmán Flores, T. (2012 - 2013). *El Vídeo Como Recurso*

Didáctico Para Reforzar El Conocimiento. Querétaro.

Neira Sanabria, G. I. (2013). *Dificultades detectadas al pasar del algebra al calculo.*

Bogota.

O'Connor, J., & Robertson, E. F. (1999). Claudius Ptolemy. *MacTutor History of*

Mathematics.

Purcell, E. J. (2007). *Cálculo.* México: Pearson.

Ramos, L. A., & Flores., T. G. (2012). *El Vídeo Como Recurso Didáctico Para Reforzar El*

Conocimiento. Queretaro.

Rodríguez Diégues, J. L. (1995). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación.* Salamanca:

Alcoy: Marfil.

Rodríguez Licea, R. A., López Frías, B. S., & Mortera Gutiérrez, F. J. (2017). El video

como recurso educativo abierto y la enseñanza de matemáticas. *redie* , 92-100.

Sandoval, I., Cagua, B., Molina, M., & Patricio, E. J. (2018). El Video Educativo Como

Estrategia Metodológica en la Enseñanza Universitaria. *LACCEI International Multi-*

Conference for Engineering, Education, and Technology , 1-8.

Sastre Vázquez, P., Boubée, C., & Rey, G. (2008). El concepto de función a través de la

historia. *Revista Iberoamericana de Educacion Matematica* , 141-155.

Vargas Valencia, O. A. (2018). *Incorporación de vídeo como material de apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la visualización espacial de las superficies cuádricas*. Armenia, Quindío.

Zamanillo, R. (28 de Marzo de 2012). *Breve historia de las funciones*. Obtenido de <https://rubenzamanillo.blogspot.com/2012/03/una-breve-historia-de-las-funciones.html>

13 Anexos.

13.1 Anexo (A) Formato Prueba pre test.

Página 01:

**Facultad de Educación****Programa de Licenciatura en Matemáticas.****Prueba diagnóstico:**

Conocimientos básicos sobre el concepto de función.

Nombre _____ Grupo _____

1- Con sus propias palabras de un concepto de función:

2- Relacione con una flecha cada una de las siguientes funciones:

a. Función racional.

$$y = 3x + 2$$

b. Función cuadrática.

$$y = 5$$

c. Función cubica.

$$f(x) = 2x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 2$$

d. Función exponencial

$$y = x^3$$

e. Función lineal.

$$y = e^x + 1$$

f. Función polinomial

$$y = 2 - 3x + x^2$$

g. Función constante.

$$y = \ln(x + 2)$$

h. Función logarítmica.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3}$$



Página 02:

3- De las siguientes afirmaciones indique falso (f) o verdadero (v).

- a) Toda grafica de una función corta una y solo una vez el eje y . ()
- b) Toda parábola corta dos veces el eje x . ()
- c) Algunas funciones constantes su grafica es una línea recta horizontal. ()
- d) La función exponencial es la inversa de la función logarítmica. ()
- e) Cuando resolvemos una ecuación haciendo $y = 0$ estamos hallando los cortes de la curva en el eje x . ()
- f) La formula general $\left(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$ nos sirve para resolver cualquier polinomio. ()
- g) Una asíntota es una recta que nunca es tocada por la curva asociada a la función. ()
- h) La formula $V_x = -\frac{b}{2a}$, es útil para hallar la coordenada en x del vértice de una parábola. ()
- i) En una función lineal $y = mx + b$, m representa el corte en el eje y . ()
- j) En una función cuadrática el mayor exponente de la variable independiente es 2. ()



Página 03:

4- Escriba el numero de cada grafica asociada a la función correspondiente .

I. $y = x^2 - 1$

II. $f(x) = x^3 - 3x^2$

III. $f(x) = 3x - 2$

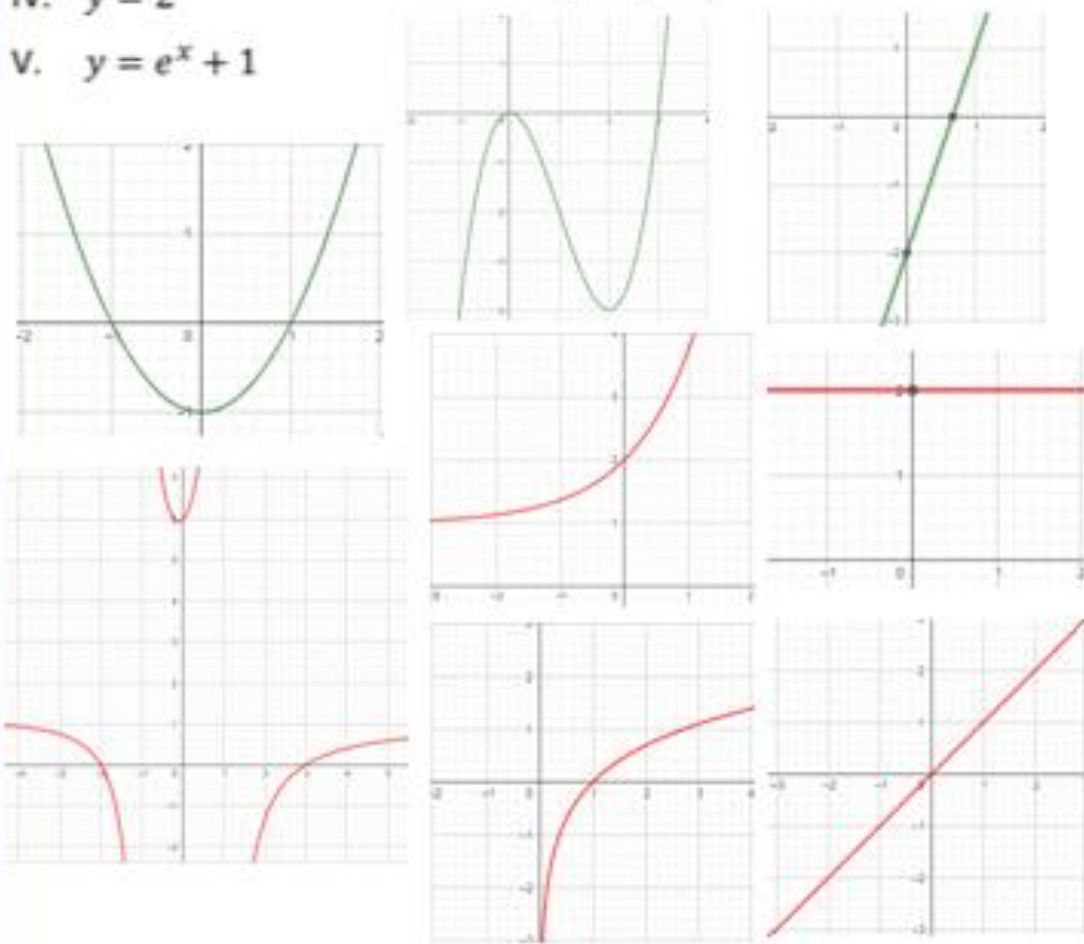
IV. $y = 2$

V. $y = e^x + 1$

VI. $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{(x - 1)}$

VII. $f(x) = \ln(x)$

VIII. $y = x$



13.2 Anexo (B) Formato Prueba post test:

Página 01:

**Facultad de Educación****Programa de Licenciatura en Matemáticas.****Prueba diagnóstico:**

Conocimientos básicos sobre el concepto de función.

Nombre _____ Grupo _____

1- Con sus propias palabras de un concepto de función:

2- escriba el tipo de función según la ecuación:

- a. Función _____ $y = e^x$
- b. Función _____ $y = x^2 - 3x + 2$
- c. Función _____ $y = x^3 - 8$
- d. Función _____ $y = \ln(x + 3)$
- e. Función _____ $y = 5x - 4$
- f. Función _____ $y = x^5 + 3x^4 - x^2 + x$
- g. Función _____ $y = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$
- h. Función _____ $y = 3$



3- De las siguientes afirmaciones indique falso (f) o verdadero (v).

- a) Toda grafica de una función tiene al menos un corte en el eje x ()
- b) En toda función lineal de la forma $y = mx + b$, b representa el corte con el eje y ()
- c) Toda funcione constante su grafica es una parábola ()
- d) La función logarítmica es la inversa de la función exponencial ()
- e) Cuando resolvemos una ecuación haciendo $x = 0$ estamos hallando los cortes de la curva en el eje y . ()
- f) La formula general ($x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$), es útil para resolver ecuaciones cuadráticas.
- g) Toda función racional tiene asíntotas. ()
- h) El dominio de la variable x en toda parábola son los números Reales ()
- i) En una función constante la variable x puede tomar cualquier valor ()
- j) En una función lineal el mayor exponente de la variable independiente es uno. ()



Página 03:

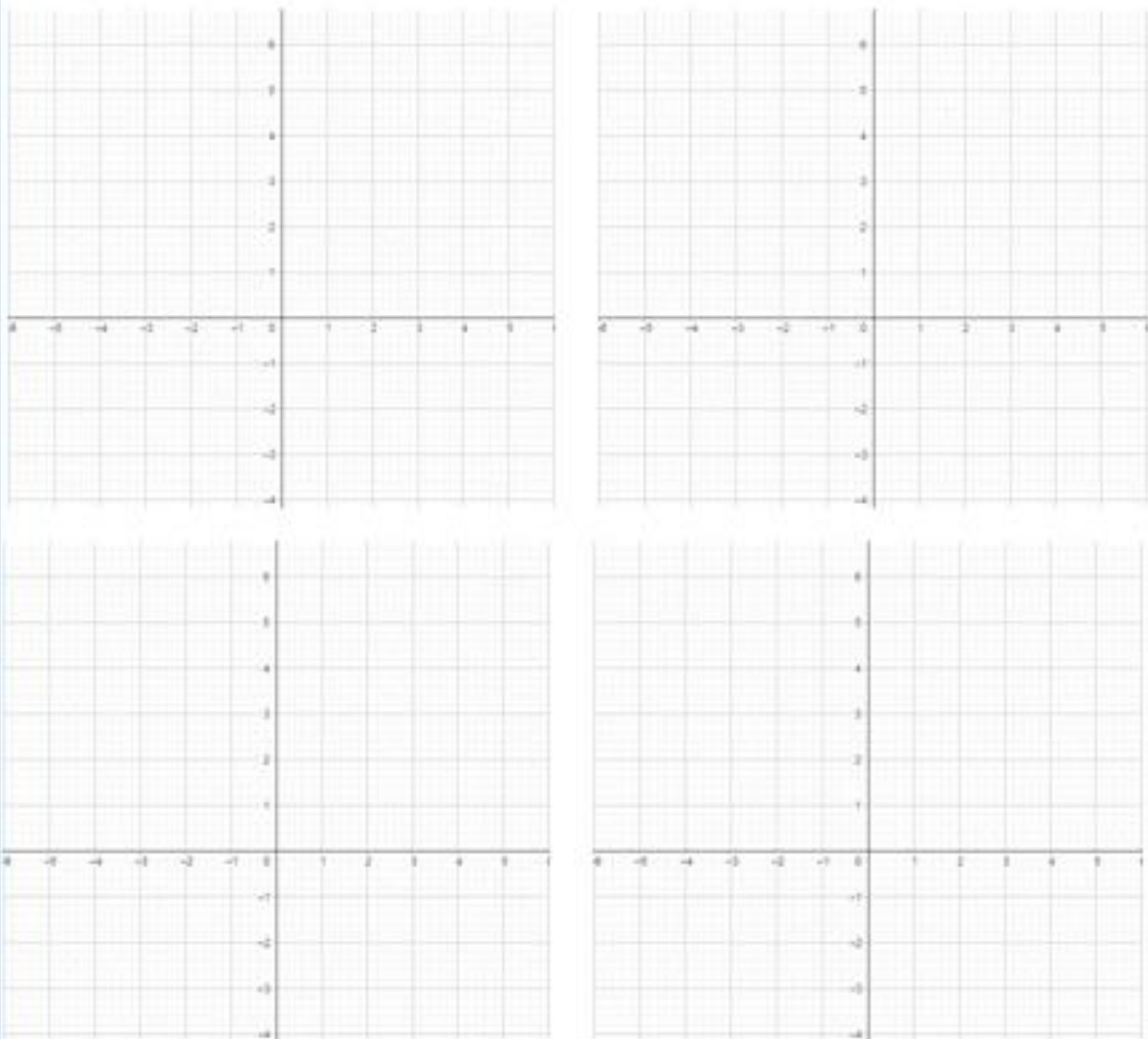
4- Grafique usando la cuadrícula las siguientes funciones:

I. $y = x^2 - 1$

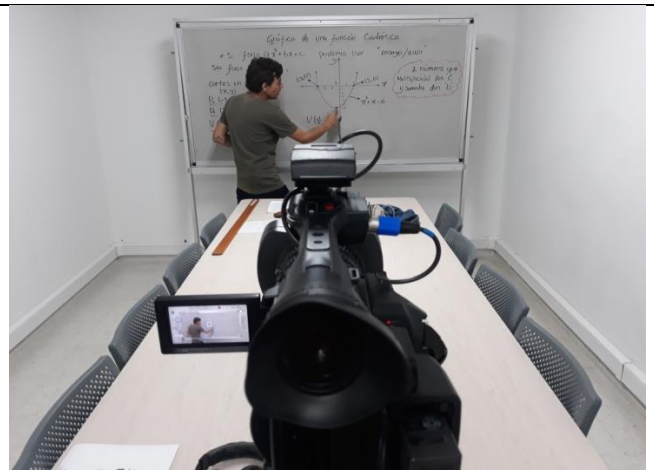
II. $y = 2$

III. $y = e^x + 1$

IV. $y = x + 3$



13.3 *Anexo (C) Registro fotográfico durante el proceso de ejecución del proyecto.*





Facultad de Educación
Programa de Licenciatura en Matemáticas.
Prueba diagnóstica:
Conocimientos básicos sobre el concepto de función.

Nombre: Andrés Felipe Pérez Ibarra Grupo: _____

1. Con sus propias palabras de un concepto de función:
Es una relación entre dos conjuntos de tal modo que a cada elemento del primer conjunto le corresponde un solo elemento del segundo o a ninguno.

2. Relacione con una flecha cada una de las siguientes funciones:

a. Función racional. $y = 3x + 2$

b. Función cuadrática. $f(x) = 2x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 2$

c. Función cúbica. $y = 5$

d. Función exponencial. $y = x^2$

e. Función lineal. $y = e^x + 1$

f. Función polinómica. $y = 2 - 3x + x^2$

g. Función constante. $y = \ln(x + 2)$

h. Función logarítmica. $f(x) = x^2 - 1$

$f(x) = x^2 + 3$

De las siguientes afirmaciones indique falso (f) o verdadero (v).

a) Toda gráfica de una función corta una y solo una vez el eje y . (f) X

b) Toda parábola corta dos veces el eje x . (v) X

c) Algunas funciones constantes su gráfica es una línea recta horizontal. (v) X

d) La función exponencial es la inversa de la función logarítmica. (f) X

e) Cuando resolvemos una ecuación haciendo $y = 0$ estamos hallando los cortes de la curva en el eje x . (v) X

f) La fórmula general $(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a})$ nos sirve para resolver cualquier polinomio. (v) X

g) Una asíntota es una recta que nunca es tocada por la curva asociada a la función. (v) X

h) La fórmula $V_x = -\frac{b}{2a}$ es útil para hallar la coordenada en x del vértice de una parábola. (f) X

i) En una función lineal $y = mx + b$, m representa el corte en el eje y . (v) X

j) En una función cuadrática el mayor exponente de la variable independiente es 2. (v) X

Escriba el número de cada gráfica asociada a la función correspondiente.

I. $y = x^2 - 1$

II. $f(x) = x^3 - 3x^2$

III. $f(x) = 3x - 2$

IV. $y = 2$

V. $y = e^x + 1$

VI. $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{(x - 1)}$

VII. $f(x) = \ln(x)$

VIII. $y = x$



